

♣ 不定積分

定義 関数 $f(x)$ に対して,

$$F'(x) = f(x)$$

となる関数 $F(x)$ を $f(x)$ の**原始関数** または **不定積分** という。

例 $x^2, x^2 + 1, x^2 - 5$ は, すべて $2x$ の不定積分である。

Remark 一般に, 関数 $f(x)$ の不定積分は無数に存在する。

定理 1.1. $F(x), G(x)$ を $f(x)$ の不定積分とすると

$$G(x) - F(x) = C \quad (C \text{ は定数})$$

が成り立つ。

記号 $f(x)$ の不定積分を $\int f(x) dx$ と表す。

定義 $f(x)$ の不定積分の1つを $F(x)$ とすると, 定理 1.1 より

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

と表すことができる。このとき, $f(x)$ を**被積分関数**, C を**積分定数**という。また, $f(x)$ の不定積分を求めることを関数 $f(x)$ を積分するという。

♣ 不定積分の性質

定理 1.2. a, b を定数とするとき

$$\int \{af(x) + bg(x)\} dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx$$

が成り立つ。

不定積分の基本公式 (以下, 積分定数 C は省略する)

$$(1) \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \quad (\alpha \neq -1) \quad (2) \int \frac{1}{x} dx = \log |x|$$

$$(3) \int e^x dx = e^x \quad (4) \int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} \quad (a > 0, a \neq 1)$$

$$(5) \int \cos x dx = \sin x \quad (6) \int \sin x dx = -\cos x$$

$$(7) \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x \quad (8) \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log |f(x)|$$

問. 次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int 5x^2 dx \quad (2) \int (3x^2 - 4x + 1) dx \quad (3) \int x\sqrt{x} dx$$

$$(4) \int (\sin x + 2 \cos x) dx \quad (5) \int (2e^x + 3^x) dx \quad (6) \int \frac{2x}{x^2} dx$$