数学補習2：講義プリント04

♡ 逆関数

定義　関数 $f : D \to \mathbb{R}$ において, 任意の D の点 $x,\ x'$ に対して

$$x < x' \quad \text{ならば} \quad f(x) < f(x') \qquad (x < x' \quad \text{ならば} \quad f(x) > f(x'))$$

となるとき，$f(x)$ は **狭義の単調増加（減少）関数**であるといい, 狭義の単調増加関数と狭義の単調減少関数を総称して，**狭義の単調関数**という。

定義　関数 $y = f(x)$ において, 任意の y の値に対して x の値がちょうど1つ定まるとする。このとき，x と y を入れかえて得られる関数を $y = f(x)$ **の逆関数**といい

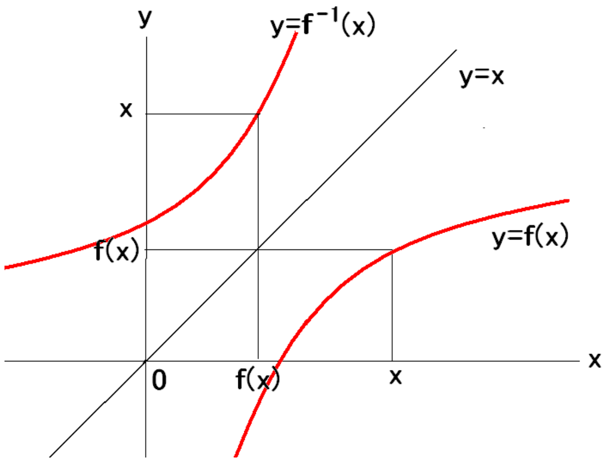
$$x = f^{-1}(y)$$

とかく。つまり，$x = f^{-1}(y)$ とは $y = f(x)$ を意味する。以下，通常通り逆関数も $y = f^{-1}(x)$ とかくことにする。

逆関数の性質

(1)　ある関数とその逆関数とでは，定義域と値域が入れかわる。

(2)　$y = f(x)$ のグラフと $y = f^{-1}(x)$ のグラフは直線 $y = x$ に対して対称となる。



定理 7.1（逆関数の存在）

関数 $f(x)$ が閉区間 $[a, b]$ で連続で狭義の単調増加（減少）関数ならば，その逆関数 $x = f^{-1}(y)$ は閉区間 $[f(a), f(b)]$　$([f(b), f(a)])$ で連続で狭義の単調増加（減少）関数となる。

例.　指数関数 $y = a^x$ $(a > 1)$ の逆関数は，対数関数 $y = \log_a x$ である。