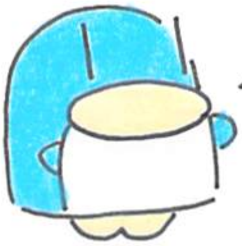
Question

どこまでが明らかで，どこからが証明すべきことなのか基準がよく分かりません．



1章に書いてあることのほとんどは，ベン図を描けば明らかで，これも証明しなきゃいけないの？って思ってしまいました．

1章に述べてあることは，「微積分」の授業（や試験）においては断りなく（証明せずに）使ってよいと考えてさしつかえありません．注　ただし「集合」の授業においては，本書にあるような証明が求められる場合があります．

注　試験については担当の先生に相談しましょう．

1章でベン図を使わずに言葉のみで証明する背景には，何か意図があるのかな？

その通り．

ベン図を用いずに証明する，そのこころは……

(i) 図からの理解では，錯視している可能性を捨てきれない．

(ii) 盲目の方にも伝わる表現を心がける．

(iii) コンピュータ上にのせようと思うと，「図より明らか」は使えない．

上の(i)に関連して，間違った論理展開や詭弁にだまされちゃう人もいると思うんですが，その場合はどうするんですか？

それは言わないお約束です．

下の練習1.3もベン図を用いずに示せた方がよいことはよく分かりました。でも、まだ少しギモンがあります。

練習1.3 (p.23)

(1) $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$.

(2) $A\cap B=\phi \Rightarrow A\setminus B=A$.

(3) $(A\cup B)\setminus Y=(A\setminus Y)\cup(B\setminus Y)$.

この解答例では

① $A\subset A\cup B$,

② $A\cap B\subset A$,

が証明なしに用いられていますが、これら①、②はどうして証明しないのですか?

いたい所をつかれてしまいましたね。
本当は証明すべきことではありますが、
さすがに皆さん疑わないでしょうし。
また、証明も定義を言い直すだけで済むことから
本書では略してしまいました。

① $A\subset A\cup B$.

proof 「$x\in A \Rightarrow x\in A\cup B$」を示す。

$x\in A$とする。このとき、

$x\in A$と$x\in B$の少なくとも一方は成り立っていると言える。

すなわち、「$x\in A$ または $x\in B$」が成り立つ。よって、$x\in A\cup B$. □

復習 (Def 1.4.1)

$x\in A\cup B \Leftrightarrow x\in A$ または $x\in B$.

② $A\cap B\subset A$.

proof 「$x\in A\cap B \Rightarrow x\in A$」を示す。

$x\in A\cap B$とする。つまり、

「$x\in A$ かつ $x\in B$」が成り立つ。

復習 (Def 1.4.1)

$x\in A\cap B \Leftrightarrow x\in A$ かつ $x\in B$.

すなわち、$x\in A$と$x\in B$の両方が成り立つ。

とくに $x\in A$ である。 □