

1 例 放物線 $y=x^2+x$ 上の点 $(1, 2)$ における接線の方程式を求めなさい。

【解答】 $f(x)=x^2+x$ とおく。

$$f'(x)=(x^2+x)'=2x+1$$

よって、点 $(1, 2)$ における接線の傾きは

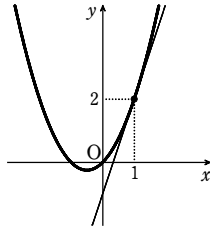
$$f'(1)=2 \times 1 + 1 = 3$$

したがって、求める接線の方程式は

$$y-2=3(x-1)$$

これを整理して

$$y=3x-1$$



● 次の曲線上の与えられた点における接線の方程式を求めなさい。

- (1) $y=x^2-3x$ $(1, -2)$ (2) $y=3x^2+2$ $(2, 14)$

- (3) $y=\frac{1}{x^3}$, $(-1, -1)$ (4) $y=\sin x$, $A(\pi, 0)$

- (5) $y=\sqrt{x+2}$, $A(7, 3)$

2 例 関数 $f(x)=x^3-3x$ の増減を調べなさい。

【解答】 $f'(x)=3x^2-3=3(x^2-1)$

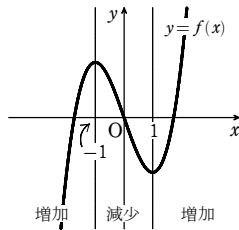
$$=3(x+1)(x-1)$$

$$f'(x)=0 \text{ とすると } x=-1, 1$$

$f'(x) > 0$ となる x の範囲は $x < -1, 1 < x$

$f'(x) < 0$ となる x の範囲は $-1 < x < 1$

よって、 $f(x)$ は $x < -1, 1 < x$ で増加し、
 $-1 < x < 1$ で減少する。



● 次の関数の増減を調べなさい。

(1) $f(x)=x^2-2x$

x
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

(2) $f(x)=-x^2+4x+2$

x
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

(3) $f(x)=x^3-3x^2$

x
$f'(x)$		0		0
$f(x)$				

(4) $f(x)=-x^3+3x+1$

x
$f'(x)$		0		0
$f(x)$				

(3) $f(x)=\sqrt{x}-\frac{1}{2}x$

(4) $f(x)=2\sin x-3x$

3 例 関数 $y=x^3-3x^2+1$ の極値を求め、グラフをかきなさい。

【解答】 $y'=3x^2-6x=3x(x-2)$

$$y'=0 \text{ とすると } x=0, 2$$

よって、 y の増減表は次のようになる。

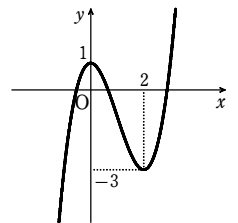
x	...	0	...	2	...
y'	+	0	-	0	+
y		↗	極大	↘	極小
			1		-3

したがって、この関数は

$x=0$ で極大値 1,

$x=2$ で極小値 -3 をとる。

また、グラフは右の図のようになる。



● 関数 $y=x^3+3x^2-2$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) この関数の増減表を完成させなさい。 (2) この関数の極値は次のようになります。

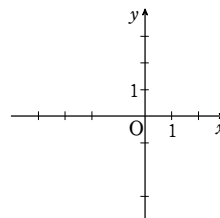
空らんにあてはまる数を入れなさい。

$x=$ で極大値 $y=$

$x=$ で極小値 $y=$

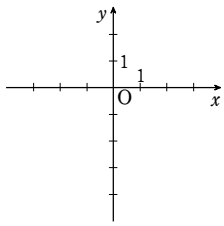
x
y'		0		0
y				

- (3) この関数のグラフをかきなさい。

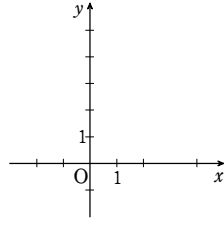


4 ●次の関数の極値を求め、グラフをかきなさい。

(1) $y = x^3 - 3x - 1$



(2) $y = -x^3 + 3x^2$



5 例 関数 $f(x) = x + \frac{3}{x}$ の極値を求めよ。

$f(x)$ の定義域は $x \neq 0$ である。

$$f'(x) = 1 - \frac{3}{x^2} = \frac{x^2 - 3}{x^2} = \frac{(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})}{x^2}$$

$f'(x) = 0$ とすると $x = -\sqrt{3}, \sqrt{3}$

$f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
$f'(x)$	+	0	-	/	-	0	+
$f(x)$	↗	極大 $-2\sqrt{3}$	↘	/	↘	極小 $2\sqrt{3}$	↗

よって、 $f(x)$ は

$x = -\sqrt{3}$ で極大値 $-2\sqrt{3}$ 、 $x = \sqrt{3}$ で極小値 $2\sqrt{3}$ をとる。

●次の関数の極値を求めよ。

$$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-6}$$

●次の関数の極値を求めよ。

$$f(x) = x^4 - 6x^2 - 8x$$

●次の関数の極値を求めよ。

$$f(x) = x - \sin 2x \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

●次の関数の極値を求めよ。

$$f(x) = \frac{(1-x)^3}{1-2x}$$