

1 例 次の式を計算せよ。

(1) $a^{-3} \times a^5$

$a^{-3} \times a^5 = a^{-3+5} = a^2$

(3) $(a^2b^{-3})^{-2}$

$(a^2b^{-3})^{-2} = (a^2)^{-2}(b^{-3})^{-2}$
 $= a^{2 \times (-2)} b^{(-3) \times (-2)}$
 $= a^{-4} b^6$

● 次の値を求めよ。

(1) 2^5

(2) 2^{-3}

(3) 6^0

(4) 3^{-4}

● 次の □ に適する数を求めよ。

(5) $5^0 = \square$

(6) $(-8)^0 = \square$

(7) $3^{-2} = \frac{1}{\square}$

(8) $2^{-4} = \frac{1}{\square}$

(9) $\frac{1}{16} = 4^{\square}$

(10) $0.0001 = 10^{\square}$

(11) $a^5 \times a^{-3} = a^{\square}$

(12) $a^{-2} \div a^8 = a^{\square}$

(13) $(a^3b^{-2})^4 = a^{\square}b^{\square}$

2 例 次の数を累乗根を用いて表せ。

(1) $2^{\frac{2}{3}}$

$2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

(2) $3^{-\frac{1}{2}}$

$3^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

例 次の数を 2^r の形で表せ。ただし、 r は有理数とする。

(1) $\sqrt[5]{16}$

$\sqrt[5]{16} = \sqrt[5]{2^4} = 2^{\frac{4}{5}}$

(2) $\frac{1}{(\sqrt{2})^3}$

$\frac{1}{(\sqrt{2})^3} = 2^{-\frac{3}{2}}$

● 次の数を累乗根を用いて表せ。

(1) $3^{\frac{1}{5}}$

(2) $5^{\frac{2}{3}}$

(3) $2^{-\frac{1}{4}}$

(4) $8^{\frac{1}{2}}$

(5) $6^{\frac{2}{3}}$

(6) $3^{-\frac{2}{5}}$

● 次の数を 3^r の形で表せ。ただし、 r は有理数とする。

(1) $(\sqrt[4]{3})^3$

(2) $\frac{1}{(\sqrt[5]{3})^2}$

● 次の数を 5^r の形で表せ。ただし、 r は有理数とする。

(1) $\sqrt[3]{125}$

(2) $\frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$

3 例 次の式を計算せよ。ただし、 $a > 0, b > 0$ とする。

(1) $2^{\frac{3}{5}} \times 2^{-\frac{1}{2}}$

(2) $(4^{-\frac{2}{3}})^{-\frac{3}{4}}$

(3) $(2^{\frac{1}{3}} \times 3^{-\frac{1}{2}})^6$

(4) $4^{-\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{8}{3}}$

(5) $5^{\frac{5}{3}} \div 5^{-\frac{1}{3}}$

(6) $2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{5}{6}}$

(7) $5^{\frac{3}{2}} \div 5^{\frac{5}{6}} \times 5^{\frac{1}{3}}$

(8) $a^{\frac{1}{2}} \div a^{-\frac{11}{6}} \div a^{\frac{1}{3}}$

(9) $\sqrt[6]{2^5} \div \sqrt[3]{2} \times \sqrt{2^5}$

(10) $\sqrt[3]{a^5b} \div \sqrt[6]{ab^2} \times \sqrt{ab^4}$

4 例 次の式を計算せよ。

(1) $9^{\frac{2}{3}} \times 9^{-\frac{1}{6}}$

$9^{\frac{2}{3}} \times 9^{-\frac{1}{6}} = 9^{\frac{2}{3} + (-\frac{1}{6})} = 9^{\frac{1}{2}} = 3$

(2) $16^{\frac{1}{2}} \div 8^{\frac{1}{3}}$

$16^{\frac{1}{2}} \div 8^{\frac{1}{3}} = (2^4)^{\frac{1}{2}} \div (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2^{4 \times \frac{1}{2}} \div 2^{3 \times \frac{1}{3}}$
 $= 2^2 \div 2^1 = 2^{2-1} = 2^1 = 2$

(3) $\sqrt[4]{27} \times \sqrt[3]{9} \div \sqrt[12]{243}$

$\sqrt[4]{27} \times \sqrt[3]{9} \div \sqrt[12]{243} = \sqrt[4]{3^3} \times \sqrt[3]{3^2} \div \sqrt[12]{3^5} = 3^{\frac{3}{4}} \times 3^{\frac{2}{3}} \div 3^{\frac{5}{12}}$
 $= 3^{\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{5}{12}} = 3^1 = 3$

● 次の式を計算せよ。

(1) $3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{5}{2}} \div 3^{\frac{5}{6}}$

(2) $8^{-\frac{2}{3}} \times 4^{\frac{3}{2}} \div 2$

(3) $\sqrt[3]{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt[6]{7}$

(4) $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[12]{2} \div \sqrt[4]{8}$

(5) $2^{\frac{5}{6}} \times 2^{-\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{1}{3}}$

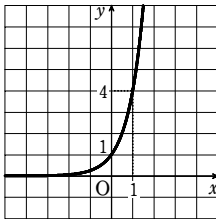
(6) $27^{\frac{1}{2}} \times 3^{-\frac{1}{6}} \times 81^{-\frac{1}{12}}$

(7) $\sqrt[4]{25} \times \sqrt[12]{25} \div \sqrt[3]{25}$

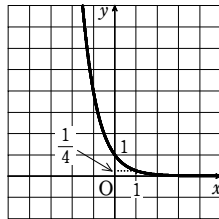
(8) $\sqrt[8]{8} \times \sqrt[6]{32} \times \sqrt[3]{4}$

5 例 次の関数のグラフをかけ。

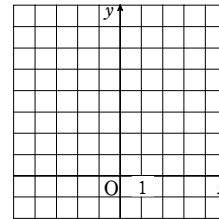
(1) $y = 4^x$



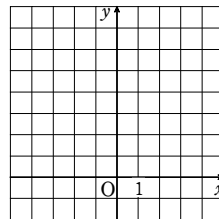
●関数 $y = 2^x$ のグラフをかけ。



(2) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$



●関数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフをかけ。



6 例 次の3つの数の大小を不等号を用いて表せ。

(1) $\sqrt{6}, 1, \sqrt[3]{36}$

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}, \left(\frac{1}{3}\right)^4, \left(\frac{1}{3}\right)^2$

$\sqrt{6} = 6^{\frac{1}{2}}, 1 = 6^0, \sqrt[3]{36} = \sqrt[3]{6^2} = 6^{\frac{2}{3}}$

指数の大小を調べると $-2 < 2 < 4$

指数の大小を調べると $0 < \frac{1}{2} < \frac{2}{3}$

底 $\frac{1}{3}$ は1より小さいから

底6は1より大きいから $6^0 < 6^{\frac{1}{2}} < 6^{\frac{2}{3}}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} > \left(\frac{1}{3}\right)^2 > \left(\frac{1}{3}\right)^4$

すなわち $1 < \sqrt{6} < \sqrt[3]{36}$

●次の3つの数の大小を不等号を用いて表せ。

(1) $3^3, 3^{-2}, 3^{-4}$

(2) $\left(\frac{1}{5}\right)^4, \left(\frac{1}{5}\right)^3, \left(\frac{1}{5}\right)^{3.5}$

(3) $2, \sqrt{8}, \sqrt[5]{16}$

(4) $7^{-1}, 7^3, 7^{-1.5}$

(5) $(0.4)^{-2}, (0.4)^{-3}, 1$

(6) $\sqrt[3]{9}, \sqrt[4]{27}, \sqrt[3]{81}$

7 例 次の方程式を解きなさい。

$4^x = 8$

【解答】 $4^x = (2^2)^x = 2^{2x}, 8 = 2^3$ であるから、方程式は $2^{2x} = 2^3$

よって $2x = 3$

したがって $x = \frac{3}{2}$

●次の方程式を解きなさい。

(1) $2^x = 32$

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{64}$

(3) $2^x = 4\sqrt{2}$

(4) $\left(\frac{1}{10}\right)^x = \frac{1}{10\sqrt{10}}$

(5) $9^x = \frac{1}{3}$

(6) $16^x = \sqrt{2}$

(7) $2^{2x-1} = \frac{1}{8}$

(8) $3^{2-3x} = \frac{1}{81}$