$\boxed{1}$ $\boxed{例}$ 指数が正の整数のとき，次の計算をせよ。

(1) $a^4\times a^6=a^{4+6}=a^{10}$　　(2) $(a^3)^4=a^{3\times4}=a^{12}$

(3) $(a^3b)^2=(a^3)^2\times b^2=a^6b^2$　　(4) $a^7\div a^4=a^{7-4}=a^3$

指数が 0 や負の整数のとき，次の計算をせよ。

(5) $6^0=1$　　(6) $2^{-5}=\dfrac{1}{2^5}=\dfrac{1}{32}$

(7) $a^{-4}\times a^{-2}=a^{-4+(-2)}=a^{-6}=\dfrac{1}{a^6}$　　(8) $\dfrac{a^{-3}}{a^2}=a^{-3-2}=a^{-5}=\dfrac{1}{a^5}$

●次の計算をせよ。

(1) $a^2\times 3a^3$　　(2) $(a^6)^4$

(3) $(a^2b)^2$　　(4) $(a^2)^4\div a^5$

●次の計算をせよ。

(1) $2^2\times2^3$　　(2) $4^5\div4^3$

(3) $(3^6)^4\div(3^4)^5$　　(4) $3^2\times3^5\div3^4$

(5) $10^4\div10^5\times(10^2)^2$　　(6) $(7^6)^5\times7^4\div7^{32}$

●次の計算をせよ。

(1) 7^0　　(2) 8^{-2}

(3) $2^8\times2^{-5}$　　(4) $(3^{-2})^{-3}$

(5) $5^{-4}\times5^6$　　(6) $9^{-4}\times9^6\div9^2$

$\boxed{2}$ $\boxed{例}$ 次の計算をせよ。

(1) $\sqrt[4]{5}\times\sqrt[4]{125}=\sqrt[4]{5\times5^3}=\sqrt[4]{5^4}=5$　　(2) $\dfrac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\dfrac{250}{2}}=\sqrt[3]{125}=\sqrt[3]{5^3}=5$

(3) $(\sqrt[8]{9})^4=\sqrt[8]{9^4}=\sqrt[8]{(3^2)^4}=\sqrt[8]{3^8}=3$　　(4) $\sqrt[4]{\sqrt{256}}=\sqrt[4\times2]{256}=\sqrt[8]{2^8}=2$

次の数を簡単にせよ。

(5) $81^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{3^4}=3$　　(6) $16^{\frac{3}{2}}=(\sqrt{16})^3=4^3=64$

(7) $32^{-\frac{1}{5}}=\dfrac{1}{32^{\frac{1}{5}}}=\dfrac{1}{\sqrt[5]{32}}=\dfrac{1}{\sqrt[5]{2^5}}=\dfrac{1}{2}$

次の数を $a^{\frac{m}{n}}$ の形で表せ。

(8) $\sqrt[4]{7^3}=7^{\frac{3}{4}}$　　(9) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{10^2}}=\dfrac{1}{10^{\frac{2}{3}}}=10^{-\frac{2}{3}}$

次の計算をせよ。

(10) $4^{\frac{2}{3}}\times4^{\frac{4}{3}}=4^{\frac{2}{3}+\frac{4}{3}}=4^{\frac{6}{3}}=4^2=16$　　(11) $2^{\frac{5}{2}}\div2^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{5}{2}-\frac{1}{2}}=2^{\frac{4}{2}}=2^2=4$

(12) $\sqrt[3]{3}\times\sqrt{3^3}\div\sqrt[6]{3^5}=3^{\frac{1}{3}}\times3^{\frac{3}{2}}\div3^{\frac{5}{6}}$

$=3^{\frac{1}{3}+\frac{3}{2}-\frac{5}{6}}=3^{\frac{2}{6}+\frac{9}{6}-\frac{5}{6}}$

$=3^{\frac{6}{6}}=3^1=3$

●次の $\square$ に適する数を入れよ。

(1) $3^3=27$ であるから，$\boxed{}$ は 27 の 3 乗根である。

(2) $4^4=256$，$(-4)^4=256$ であるから，4 と -4 は 256 の $\boxed{}$ 乗根である。

(3) $(-4)^3=-64$ であるから，-4 は $\boxed{}$ の 3 乗根である。

●次の数を簡単にせよ。

(1) $\sqrt[6]{1}$　　(2) $\sqrt[4]{16}$

(3) $\sqrt[5]{243}$　　(4) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{125}}$

(5) $\sqrt[6]{\dfrac{1}{64}}$　　(6) $\sqrt[4]{\dfrac{16}{81}}$

●次の計算をせよ。

(1) $\sqrt[4]{4}\times\sqrt[4]{64}$　　(2) $\sqrt[3]{32}\times\sqrt[3]{2}$

(3) $\dfrac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$　　(4) $\dfrac{\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{640}}$

(5) $(\sqrt[6]{4})^3$　　(6) $\sqrt[3]{\sqrt{3^6}}$

●次の数を簡単にせよ。

(1) $27^{\frac{1}{3}}$　　(2) $125^{\frac{2}{3}}$

(3) $16^{-\frac{5}{4}}$

●次の数を $a^{\frac{m}{n}}$ の形で表せ。ただし，a は最も小さい正の整数とする。

(1) $\sqrt[3]{3^5}$　　(2) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$

(3) $\sqrt{6^3}$

●次の計算をせよ。

(1) $3^{\frac{1}{2}}\times3^{\frac{3}{2}}$　　(2) $9^{\frac{3}{4}}\div9^{-\frac{1}{4}}$

(3) $\sqrt[3]{2}\times\sqrt[6]{2}\div\sqrt{2^3}$　　(4) $\sqrt[4]{3^3}\times\sqrt{3^3}\div\sqrt[4]{3}$

数学補習授業１１回目（その２）　　学籍番号(　　　　　　)　名前(　　　　　　)

$\boxed{3}$ ●次の計算をしなさい。

(1) $3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{5}{3}}$　　(2) $2^{\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{9}{2}}$

(3) $\sqrt[3]{32} \times \sqrt[6]{4}$　　(4) $\sqrt[6]{27} \div \sqrt[4]{9}$

(5) $3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{5}{2}} \div 3^{\frac{5}{6}}$　　(6) $8^{-\frac{2}{3}} \times 4^{\frac{3}{2}} \div 2$

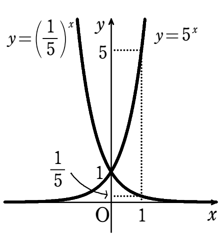
(7) $\sqrt[3]{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt[6]{7}$　　(8) $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[12]{2} \div \sqrt[4]{8}$

(9) $\sqrt[4]{25} \times \sqrt[12]{25} \div \sqrt[3]{25}$　　(10) $\sqrt{8} \times \sqrt[6]{32} \times \sqrt[3]{4}$

$\boxed{4}$ 例　次の関数のグラフをかけ。

(1) $y=5^x$

$y=5^x$ のグラフは，点 $(0,\ 1)$ を通り，右上がりの曲線である。
また，x 軸はこのグラフの漸近線である。
グラフは右の図のようになる。



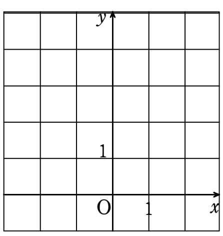
(2) $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$

$y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$ のグラフは，点 $(0,\ 1)$ を通り，右下がりの曲線である。
また，x 軸はこのグラフの漸近線である。
グラフは右の図のようになる。

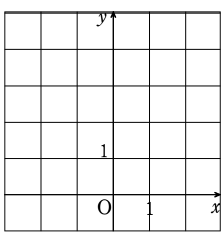
参考　$y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$ のグラフは，$y=5^x$ のグラフと，y 軸について対称である。

●次の関数のグラフをかけ。

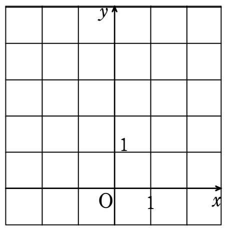
(1) $y=2^x$



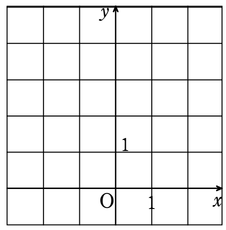
(2) $y=4^x$



(3) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$



(4) $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$



$\boxed{5}$ 例　次の数の大小を調べよ。

$$5^2,\ 5^{-2},\ 5^{-\frac{4}{3}}$$

指数の大小を調べると　　$-2<-\dfrac{4}{3}<2$

底 5 は 1 より大きいから　　$5^{-2}<5^{-\frac{4}{3}}<5^2$

例　次の方程式を解け。

$$9^x=27$$

$9^x=(3^2)^x=3^{2x}$，$27=3^3$ であるから，方程式は　　$3^{2x}=3^3$

よって　　$2x=3$　　　したがって　　$x=\dfrac{3}{2}$

●次の数の大小を調べよ。

(1) $4^2,\ 4^{-5},\ 4^0$　　(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}},\ \left(\frac{1}{3}\right)^2,\ \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

●次の方程式を解け。

(1) $7^x=49$　　(2) $27^x=9$

(3) $16^x=512$

$\boxed{6}$ 例　次の方程式，不等式を解け。

(1) $4^x-2^{x+2}-32=0$

方程式を変形すると

$(2^2)^x-2^x\cdot 2^2-32=0$

すなわち　　$(2^x)^2-4\cdot 2^x-32=0$

$2^x=t$ とおくと　　$t^2-4t-32=0$

よって　　$(t+4)(t-8)=0$

$t>0$ であるから　　$t=8$

すなわち　　$2^x=2^3$

したがって　$x=3$

(2) $9^x-8\cdot 3^x-9\geqq 0$

不等式を変形すると　$(3^2)^x-8\cdot 3^x-9\geqq 0$

すなわち　　$(3^x)^2-8\cdot 3^x-9\geqq 0$

$3^x=t$ とおくと　　$t^2-8t-9\geqq 0$

よって　　$(t+1)(t-9)\geqq 0$

$t>0$ であるから　　$t\geqq 9$

すなわち　　$3^x\geqq 3^2$

底 3 は 1 より大きいから　　$x\geqq 2$

●次の方程式，不等式を解け。

(1) $9^x+3^x-2=0$　　(2) $4^x-2^{x+1}-8<0$