

1 例 次の (1), (2) を $\log_a M = p$ の形で表せ。(3) は $M = a^p$ の形で表せ。

(1) $32 = 2^5$

(2) $\frac{1}{7} = 7^{-1}$

$\log_2 32 = 5$

$\log_7 \frac{1}{7} = -1$

(3) $\log_3 9 = 2$

$9 = 3^2$

● 次の等式を $\log_a M = p$ の形で表せ。

(1) $27 = 3^3$

(2) $3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

(3) $\frac{1}{16} = 4^{-2}$

(4) $125 = 5^3$

(5) $0.01 = 10^{-2}$

(6) $\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}$

● 次の等式を $M = a^p$ の形で表せ。

(1) $\log_2 16 = 4$

(2) $\log_3 3 = \frac{1}{2}$

(3) $\log_5 \frac{1}{\sqrt[3]{5}} = -\frac{1}{3}$

(4) $\log_7 49 = 2$

(5) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} = -6$

(6) $\log_4 8 = \frac{3}{2}$

2 例 次の値を求めよ。

(1) $\log_3 81$

(2) $\log_{\frac{1}{2}} 16$

$\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$

$\log_{\frac{1}{2}} 16 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = -4$

● 次の値を求めよ。

(1) $\log_3 3^6$

(2) $\log_8 64$

(3) $\log_2 \frac{1}{256}$

(4) $\log_{\frac{1}{2}} 32$

(5) $\log_5 \sqrt[6]{5}$

(6) $\log_4 \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$

● 次の値を求めよ。

(1) $\log_{10} 10^{-9}$

(2) $\log_5 625$

(3) $\log_7 \frac{1}{49}$

(4) $\log_{\frac{1}{3}} 81$

(5) $\log_3 \sqrt[4]{3}$

(6) $\log_2 \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

3 例 次の式を計算せよ。

(1) $\log_6 2 + \log_6 3$

(2) $\log_3 5 - \log_3 45$

$\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 (2 \times 3) = \log_6 6 = 1$

$\log_3 5 - \log_3 45$

$= \log_3 \frac{5}{45} = \log_3 \frac{1}{9}$

$= \log_3 3^{-2} = -2$

(3) $2\log_2 6 + \log_2 5 - \log_2 20$

$2\log_2 6 + \log_2 5 - \log_2 20$

$= \log_2 6^2 + \log_2 5 - \log_2 20$

$= \log_2 \frac{36 \times 5}{20} = \log_2 9$

● 次の式を計算せよ。

(1) $\log_8 32 + \log_8 2$

(2) $\log_4 3 - \log_4 48$

(3) $\log_2 30 + 2\log_2 3 - \log_2 135$

(4) $\log_6 4 + \log_6 9$

(5) $\log_3 108 - \log_3 4$

(6) $\log_{10} 24 + \log_{10} 27 - 3\log_{10} 6$

4 例 次の式を簡単にせよ。

(1) $\log_4 32$

(2) $\log_3 5 \cdot \log_5 9$

$\log_4 32 = \frac{\log_2 32}{\log_2 4} = \frac{\log_2 2^5}{\log_2 2^2} = \frac{5}{2}$

$\log_3 5 \cdot \log_5 9$

$= \log_3 5 \times \frac{\log_3 9}{\log_3 5} = \log_3 9$

$= \log_3 3^2 = 2$

● 次の式を簡単にせよ。

(1) $\log_{25} 5$

(2) $\log_8 \frac{1}{4}$

(3) $\log_{\frac{1}{3}} 27$

(4) $\log_2 7 \cdot \log_7 32$

(5) $\log_{27} 9$

(6) $\log_{16} \frac{1}{8}$

(7) $\log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{125}$

(8) $\log_3 8 \cdot \log_8 3$

5 ● 次の式を計算せよ。

(1) $\log_6 18 + \log_6 2$

(2) $\log_3 54 - \log_3 2$

(3) $\log_7 2 - \log_7 98$

(4) $\log_2 12\sqrt{2} - \log_2 6$

(5) $2\log_2 2\sqrt{2}$

(6) $2\log_3 \frac{\sqrt{3}}{9}$

(7) $\log_3 30 - \log_3 20 + \log_3 18$

(8) $\log_7 \frac{7}{4} - 2\log_7 \frac{3}{2} - \log_7 \frac{7}{9}$

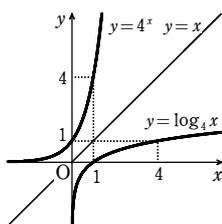
(9) $2\log_{10} 15 + 6\log_{10} \sqrt{2} - \log_{10} 18$

(10) $\log_3 \frac{4}{5} + \frac{1}{2}\log_3 75 - \frac{1}{2}\log_3 \frac{16}{27}$

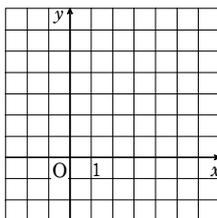
6 例 $y = \log_4 x$ のグラフをかけ。また、 $y = 4^x$ のグラフをかいて、2つのグラフの位置関係を述べよ。

グラフは右のようになる。

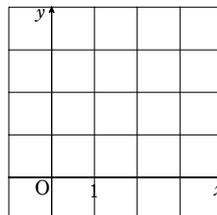
$y = \log_4 x$ のグラフは、 $y = 4^x$ のグラフと直線 $y = x$ に関して対称である。



● $y = \log_5 x$ のグラフをかけ。また、 $y = 5^x$ のグラフをかいて、2つのグラフの位置関係を述べよ。



● $y = \log_4 x$ のグラフをかけ。また、 $y = (\frac{1}{4})^x$ のグラフをかいて、2つのグラフの位置関係を述べよ。



7 例 $\log_3 4, \log_3 5, 1$ の大小を不等号を用いて表せ。

$1 = \log_3 3$ である。

底 3 は 1 より大きいから $\log_3 3 < \log_3 4 < \log_3 5$

すなわち $1 < \log_3 4 < \log_3 5$

例 方程式 $\log_2 x = 6$ を解け。

$\log_2 x = 6$ から $x = 2^6$

すなわち $x = 64$

● $\log_5 2, \log_5 6, 1$ の大小を不等号を用いて表せ。

● $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}, \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5}, 1$ の大小を不等号を用いて表せ。

● 次の方程式を解け。

(1) $\log_3 x = 2$

(2) $\log_{\frac{1}{2}} x = -6$

(3) $\log_{\frac{1}{5}} x = -1$

(4) $\log_4 x = \frac{1}{2}$

(5) $\log_{\frac{1}{3}} x = -3$

(6) $\log_2(x+3) = -1$

(7) $\log_5(2x+3) = 2$

(8) $\log_{\frac{1}{5}}(2x+1) = -1$