

1 例 次の (1), (2) を  $\log_a M = p$  の形で表せ。(3) は  $M = a^p$  の形で表せ。

$$(1) 32 = 2^5 \qquad (2) \frac{1}{7} = 7^{-1}$$

$$\log_2 32 = 5 \qquad \log_7 \frac{1}{7} = -1$$

$$(3) \log_3 9 = 2$$

$$9 = 3^2$$

● 次の等式を  $\log_a M = p$  の形で表せ。

$$(1) 27 = 3^3 \qquad (2) 3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$$

$$\log_3 27 = 3 \qquad \log_{\frac{1}{3}} 3 = -1$$

$$(3) \frac{1}{16} = 4^{-2} \qquad (4) 125 = 5^3$$

$$\log_4 \frac{1}{16} = -2 \qquad \log_5 125 = 3$$

$$(5) 0.01 = 10^{-2} \qquad (6) \sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}$$

$$\log_{10} 0.01 = -2 \qquad \log_2 \sqrt[3]{2} = \frac{1}{3}$$

● 次の等式を  $M = a^p$  の形で表せ。

$$(1) \log_2 16 = 4 \qquad (2) \log_9 3 = \frac{1}{2}$$

$$16 = 2^4 \qquad 3 = 9^{\frac{1}{2}}$$

$$(3) \log_5 \frac{1}{\sqrt[3]{5}} = -\frac{1}{3} \qquad (4) \log_7 49 = 2$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{5}} = 5^{-\frac{1}{3}} \qquad 49 = 7^2$$

$$(5) \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} = -6 \qquad (6) \log_4 8 = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{8} = (\sqrt{2})^{-6} \qquad 8 = 4^{\frac{3}{2}}$$

2 例 次の値を求めよ。

$$(1) \log_3 81 \qquad (2) \log_{\frac{1}{2}} 16$$

$$\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4 \qquad \log_{\frac{1}{2}} 16 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = -4$$

● 次の値を求めよ。

$$(1) \log_3 3^6 \qquad (2) \log_8 64$$

$$\log_3 3^6 = 6 \qquad \log_8 64 = \log_8 8^2 = 2$$

$$(3) \log_2 \frac{1}{256} \qquad (4) \log_{\frac{1}{2}} 32$$

$$\log_2 \frac{1}{256} = \log_2 2^{-8} = -8 \qquad \log_{\frac{1}{2}} 32 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = -5$$

$$(5) \log_5 \sqrt[5]{5} \qquad (6) \log_4 \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

$$\log_5 \sqrt[5]{5} = \log_5 5^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \qquad \log_4 \frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \log_4 4^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3}$$

● 次の値を求めよ。

$$(1) \log_{10} 10^{-9} \qquad (2) \log_5 625$$

$$\log_{10} 10^{-9} = -9 \qquad \log_5 625 = \log_5 5^4 = 4$$

$$(3) \log_7 \frac{1}{49} \qquad (4) \log_{\frac{1}{3}} 81$$

$$\log_7 \frac{1}{49} = \log_7 7^{-2} = -2 \qquad \log_{\frac{1}{3}} 81 = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = -4$$

$$(5) \log_3 \sqrt[4]{3} \qquad (6) \log_2 \frac{1}{\sqrt[5]{2}}$$

$$\log_3 \sqrt[4]{3} = \log_3 3^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \qquad \log_2 \frac{1}{\sqrt[5]{2}} = \log_2 2^{-\frac{1}{5}} = -\frac{1}{5}$$

3 例 次の式を計算せよ。

$$(1) \log_6 2 + \log_6 3 \qquad (2) \log_3 5 - \log_3 45$$

$$\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 (2 \times 3) = \log_6 6 = 1 \qquad \log_3 5 - \log_3 45$$

$$= \log_3 \frac{5}{45} = \log_3 \frac{1}{9}$$

$$= \log_3 3^{-2} = -2$$

$$(3) 2\log_2 6 + \log_2 5 - \log_2 20$$

$$2\log_2 6 + \log_2 5 - \log_2 20$$

$$= \log_2 6^2 + \log_2 5 - \log_2 20$$

$$= \log_2 \frac{36 \times 5}{20} = \log_2 9$$

● 次の式を計算せよ。

$$(1) \log_8 32 + \log_8 2 \qquad (2) \log_4 3 - \log_4 48$$

$$\log_8 32 + \log_8 2 \qquad \log_4 3 - \log_4 48$$

$$= \log_8 (32 \times 2) = \log_8 64 \qquad = \log_4 \frac{3}{48} = \log_4 \frac{1}{16}$$

$$= \log_8 8^2 = 2 \qquad = \log_4 4^{-2} = -2$$

$$(3) \log_2 30 + 2\log_2 3 - \log_2 135 \qquad (4) \log_6 4 + \log_6 9$$

$$\log_2 30 + 2\log_2 3 - \log_2 135 \qquad \log_6 4 + \log_6 9 = \log_6 (4 \times 9) = \log_6 36$$

$$= \log_2 30 + \log_2 3^2 - \log_2 135 \qquad = \log_6 6^2 = 2$$

$$= \log_2 \frac{30 \times 9}{135} = \log_2 2 = 1$$

$$(5) \log_3 108 - \log_3 4 \qquad (6) \log_{10} 24 + \log_{10} 27 - 3\log_{10} 6$$

$$\log_3 108 - \log_3 4 = \log_3 \frac{108}{4}$$

$$= \log_3 27 \qquad = \log_{10} 24 + \log_{10} 27 - 3\log_{10} 6$$

$$= \log_3 3^3 = 3 \qquad = \log_{10} 24 + \log_{10} 27 - \log_{10} 6^3$$

$$= \log_{10} \frac{24 \times 27}{6^3} = \log_{10} 3$$

4 例 次の式を簡単にせよ。

$$(1) \log_4 32 \qquad (2) \log_3 5 \cdot \log_3 9$$

$$\log_4 32 = \frac{\log_2 32}{\log_2 4} = \frac{\log_2 2^5}{\log_2 2^2} = \frac{5}{2} \qquad \log_3 5 \cdot \log_3 9$$

$$= \log_3 5 \times \frac{\log_3 9}{\log_3 5} = \log_3 9$$

$$= \log_3 3^2 = 2$$

● 次の式を簡単にせよ。

$$(1) \log_{25} 5 \qquad (2) \log_8 \frac{1}{4}$$

$$\log_{25} 5 = \frac{\log_5 5}{\log_5 25} = \frac{\log_5 5}{\log_5 5^2} = \frac{1}{2} \qquad \log_8 \frac{1}{4} = \frac{\log_2 \frac{1}{4}}{\log_2 8} = \frac{\log_2 2^{-2}}{\log_2 2^3} = -\frac{2}{3}$$

$$(3) \log_{\frac{1}{3}} 27 \qquad (4) \log_2 7 \cdot \log_7 32$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 27 = \frac{\log_3 27}{\log_3 \frac{1}{9}} = \frac{\log_3 3^3}{\log_3 3^{-2}} = -\frac{3}{2} \qquad \log_2 7 \cdot \log_7 32$$

$$= \log_2 7 \times \frac{\log_2 32}{\log_2 7} = \log_2 32$$

$$= \log_2 2^5 = 5$$

$$(5) \log_{27} 9 \qquad (6) \log_{16} \frac{1}{8}$$

$$\log_{27} 9 = \frac{\log_3 9}{\log_3 27} = \frac{\log_3 3^2}{\log_3 3^3} = \frac{2}{3} \qquad \log_{16} \frac{1}{8} = \frac{\log_2 \frac{1}{8}}{\log_2 16} = \frac{\log_2 2^{-3}}{\log_2 2^4} = -\frac{3}{4}$$

$$(7) \log_{\frac{1}{5}} \sqrt[5]{125} \qquad (8) \log_9 8 \cdot \log_3 3$$

$$\log_{\frac{1}{5}} \sqrt[5]{125} = \frac{\log_5 \sqrt[5]{125}}{\log_5 \frac{1}{5}} = \frac{\log_5 5^{\frac{3}{5}}}{\log_5 5^{-1}} = \frac{3}{5} \cdot (-1) = -\frac{3}{5} \qquad \log_9 8 \cdot \log_3 3 = \frac{\log_3 8}{\log_3 9} \times \frac{\log_3 3}{\log_3 8}$$

$$= \frac{1}{\log_3 3^2} = \frac{1}{2}$$

5 ● 次の式を計算せよ。

(1)  $\log_6 18 + \log_6 2$

(与式)  $= \log_6 (18 \times 2) = \log_6 36 = 2$

(2)  $\log_3 54 - \log_3 2$

(与式)  $= \log_3 \frac{54}{2} = \log_3 27 = 3$

(3)  $\log_7 2 - \log_7 98$

(与式)  $= \log_7 \frac{2}{98} = \log_7 \frac{1}{49} = -2$

(4)  $\log_2 12\sqrt{2} - \log_2 6$

(与式)  $= \log_2 \frac{12\sqrt{2}}{6} = \log_2 2\sqrt{2} = \frac{3}{2}$

(5)  $2\log_2 2\sqrt{2}$

(与式)  $= \log_2 (2\sqrt{2})^2 = \log_2 8 = 3$

(6)  $2\log_3 \frac{\sqrt{3}}{9}$

(与式)  $= \log_3 \left(\frac{\sqrt{3}}{9}\right)^2 = \log_3 \frac{1}{27} = -3$

(7)  $\log_3 30 - \log_3 20 + \log_3 18$

(与式)  $= \log_3 \frac{30 \cdot 18}{20} = \log_3 27 = 3$

(8)  $\log_7 \frac{7}{4} - 2\log_7 \frac{3}{2} - \log_7 \frac{7}{9}$

(与式)  $= \log_7 \left[ \frac{7}{4} \div \left(\frac{3}{2}\right)^2 \div \frac{7}{9} \right]$   
 $= \log_7 \left( \frac{7}{4} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{9}{7} \right) = \log_7 1 = 0$

(9)  $2\log_{10} 15 + 6\log_{10} \sqrt{2} - \log_{10} 18$

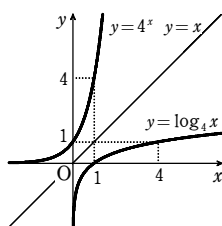
(与式)  $= \log_{10} [15^2 \times (\sqrt{2})^6 \div 18]$   
 $= \log_{10} \frac{15^2 \cdot 8}{18} = \log_{10} 100 = 2$

(10)  $\log_3 \frac{4}{5} + \frac{1}{2}\log_3 75 - \frac{1}{2}\log_3 \frac{16}{27}$

(与式)  $= \log_3 \left( \frac{4}{5} \times \sqrt{75} \div \sqrt{\frac{16}{27}} \right)$   
 $= \log_3 \left( \frac{4}{5} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4} \right)$   
 $= \log_3 9 = 2$

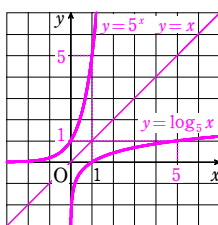
6 例  $y = \log_4 x$  のグラフをかけ。また、 $y = 4^x$  のグラフをかいて、2つのグラフの位置関係を述べよ。

グラフは右のようになる。  
 $y = \log_4 x$  のグラフは、 $y = 4^x$  のグラフと直線  $y = x$  に関して対称である。



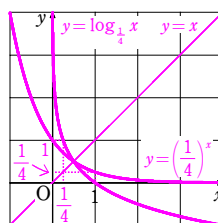
●  $y = \log_5 x$  のグラフをかけ。また、 $y = 5^x$  のグラフをかいて、2つのグラフの位置関係を述べよ。

グラフは右のようになる。  
 $y = \log_5 x$  のグラフは、 $y = 5^x$  のグラフと直線  $y = x$  に関して対称である。



●  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$  のグラフをかけ。また、 $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$  のグラフをかいて、2つのグラフの位置関係を述べよ。

グラフは右のようになる。  
 $y = \log_{\frac{1}{4}} x$  のグラフは、 $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$  のグラフと直線  $y = x$  に関して対称である。



7 例  $\log_3 4, \log_3 5, 1$  の大小を不等号を用いて表せ。

$1 = \log_3 3$  である。  
 底 3 は 1 より大きいから  $\log_3 3 < \log_3 4 < \log_3 5$   
 すなわち  $1 < \log_3 4 < \log_3 5$

例 方程式  $\log_2 x = 6$  を解け。

$\log_2 x = 6$  から  $x = 2^6$   
 すなわち  $x = 64$

●  $\log_5 2, \log_5 6, 1$  の大小を不等号を用いて表せ。

$1 = \log_5 5$  である。  
 真数の大小を調べると  $2 < 5 < 6$   
 底 5 が 1 より大きいから  $\log_5 2 < \log_5 5 < \log_5 6$   
 すなわち  $\log_5 2 < 1 < \log_5 6$

●  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}, \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5}, 1$  の大小を不等号を用いて表せ。

$1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$  である。  
 真数の大小を調べると  $\frac{1}{5} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$   
 底  $\frac{1}{2}$  は 1 より小さいから  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$   
 すなわち  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} > 1$

● 次の方程式を解け。

(1)  $\log_3 x = 2$

$\log_3 x = 2$  から  $x = 3^2$   
 すなわち  $x = 9$

(2)  $\log_{\frac{1}{2}} x = -6$

$\log_{\frac{1}{2}} x = -6$  から  $x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$   
 すなわち  $x = 64$

(3)  $\log_{\frac{1}{5}} x = -1$

$\log_{\frac{1}{5}} x = -1$  から  $x = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$   
 すなわち  $x = 5$

(4)  $\log_4 x = \frac{1}{2}$

$\log_4 x = \frac{1}{2}$  から  $x = 4^{\frac{1}{2}}$   
 すなわち  $x = 2$

(5)  $\log_{\frac{1}{3}} x = -3$

$\log_{\frac{1}{3}} x = -3$  から  $x = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$   
 よって  $x = 27$

(6)  $\log_2(x+3) = -1$

$\log_2(x+3) = -1$  から  $x+3 = 2^{-1}$   
 よって  $x = -\frac{5}{2}$

(7)  $\log_5(2x+3) = 2$

$\log_5(2x+3) = 2$  から  $2x+3 = 5^2$   
 よって  $x = 11$

(8)  $\log_{\frac{1}{5}}(2x+1) = -1$

$\log_{\frac{1}{5}}(2x+1) = -1$  から  $2x+1 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$   
 よって  $x = 2$