

1 例 (1) $8=2^3$ から $\log_2 8=3$
 (2) $\frac{1}{2}=2^{-1}$ から $\log_2 \frac{1}{2}=-1$

●次の等式を $\log_a M = p$ の形に表しなさい。

(1) $9=3^2$ (2) $64=4^3$
 $9=3^2$ から $\log_3 9=2$ $64=4^3$ から $\log_4 64=3$

(3) $\frac{1}{25}=5^{-2}$ (4) $3=9^{\frac{1}{2}}$
 $\frac{1}{25}=5^{-2}$ から $\log_5 \frac{1}{25}=-2$ $3=9^{\frac{1}{2}}$ から $\log_9 3=\frac{1}{2}$

●次の等式を $M=a^p$ の形に表しなさい。

(1) $\log_5 25=2$ (2) $\log_3 81=4$
 $\log_5 25=2$ から $25=5^2$ $\log_3 81=4$ から $81=3^4$

(3) $\log_7 \frac{1}{49}=-2$ (4) $\log_4 2=\frac{1}{2}$
 $\log_7 \frac{1}{49}=-2$ から $\frac{1}{49}=7^{-2}$ $\log_4 2=\frac{1}{2}$ から $2=4^{\frac{1}{2}}$

2 例 次の値を求めなさい。

(1) $\log_5 125$ (2) $\log_3 \sqrt{3}$

(3) $\log_5 1$
 解答 (1) $\log_5 125 = \log_5 5^3 = 3$
 (2) $\log_3 \sqrt{3} = \log_3 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$
 (3) $\log_5 1 = 0$

●次の値を求めなさい。

(1) $\log_2 32$ (2) $\log_3 81$
 $\log_2 32 = \log_2 2^5 = 5$ $\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$

(3) $\log_7 7$ (4) $\log_2 \sqrt{2}$
 $\log_7 7 = 1$ $\log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

(5) $\log_5 \sqrt[3]{5}$ (6) $\log_{10} 1$
 $\log_5 \sqrt[3]{5} = \log_5 5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$ $\log_{10} 1 = 0$

3 例 (1) $\log_4 8 + \log_4 2 = \log_4 (8 \times 2) = \log_4 16 = \log_4 4^2 = 2$

(2) $\log_4 8 - \log_4 2 = \log_4 \frac{8}{2} = \log_4 4 = 1$

●次の計算をしなさい。

(1) $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$ (2) $\log_6 4 + \log_6 9$
 $\log_{10} 5 + \log_{10} 2 = \log_{10} (5 \times 2) = \log_{10} 10 = 1$
 $\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6 (4 \times 9) = \log_6 36 = \log_6 6^2 = 2$

(3) $\log_8 16 - \log_8 2$ (4) $\log_3 54 - \log_3 2$
 $\log_8 16 - \log_8 2 = \log_8 \frac{16}{2} = \log_8 8 = 1$ $\log_3 54 - \log_3 2 = \log_3 \frac{54}{2} = \log_3 27 = \log_3 3^3 = 3$

4 例 次の計算をしなさい。

$2\log_{10} 2 + \log_{10} 15 - \log_{10} 6$

解答 $2\log_{10} 2 + \log_{10} 15 - \log_{10} 6 = \log_{10} 2^2 + \log_{10} 15 - \log_{10} 6$
 $= \log_{10} \frac{2^2 \times 15}{6} = \log_{10} 10$
 $= 1$

例 $\log_8 4 = \frac{\log_2 4}{\log_2 8} = \frac{\log_2 2^2}{\log_2 2^3} = \frac{2}{3}$

●次の計算をしなさい。

(1) $\log_2 3 + \log_2 8 - \log_2 6$ (2) $\log_6 9 - \log_6 15 + \log_6 10$
 $\log_2 3 + \log_2 8 - \log_2 6 = \log_2 \frac{3 \times 8}{6} = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2$
 $\log_6 9 - \log_6 15 + \log_6 10 = \log_6 \frac{9 \times 10}{15} = \log_6 6 = 1$

(3) $\log_3 12 + \log_3 6 - 3\log_3 2$
 $\log_3 12 + \log_3 6 - 3\log_3 2 = \log_3 12 + \log_3 6 - \log_3 2^3 = \log_3 \frac{12 \times 6}{2^3} = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$

(4) $\log_9 27$ (5) $\log_{16} 8$
 $\log_9 27 = \frac{\log_3 27}{\log_3 9} = \frac{\log_3 3^3}{\log_3 3^2} = \frac{3}{2}$ $\log_{16} 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 16} = \frac{\log_2 2^3}{\log_2 2^4} = \frac{3}{4}$

5 ●次の値を求めなさい。

(1) $\log_3 9$ (2) $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}$
 $\log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$ $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125} = \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 3$

(3) $\log_2 \sqrt{32}$ (4) $\log_4 \frac{1}{16}$
 $\log_2 \sqrt{32} = \log_2 32^{\frac{1}{2}} = \log_2 (2^5)^{\frac{1}{2}} = \log_2 2^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2}$ $\log_4 \frac{1}{16} = \log_4 \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \log_4 (4^{-1})^2 = \log_4 4^{-2} = -2$

●次の計算をしなさい。

(1) $\log_2 \frac{4}{3} + \log_2 6$ (2) $\log_6 24 - \log_6 4$
 $\log_2 \frac{4}{3} + \log_2 6 = \log_2 \left(\frac{4}{3} \times 6\right) = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$ $\log_6 24 - \log_6 4 = \log_6 \frac{24}{4} = \log_6 6 = 1$

(3) $\log_2 12 + \log_2 20 - \log_2 15$ (4) $\log_3 20 - \log_3 15 - \log_3 12$
 $\log_2 12 + \log_2 20 - \log_2 15 = \log_2 \frac{12 \times 20}{15} = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$ $\log_3 20 - \log_3 15 - \log_3 12 = \log_3 \frac{20}{15 \times 12} = \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$

(5) $\log_2 6 + \log_2 18 - 3\log_2 3$
 $\log_2 6 + \log_2 18 - 3\log_2 3 = \log_2 6 + \log_2 18 - \log_2 3^3 = \log_2 \frac{6 \times 18}{3^3} = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2$

6 例 次の式を計算せよ。

(1) $\log_6 2 + \log_6 3$ (2) $\log_3 5 - \log_3 45$
 $\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 (2 \times 3) = \log_6 6 = 1$ $\log_3 5 - \log_3 45 = \log_3 \frac{5}{45} = \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$

(3) $2\log_2 6 + \log_2 5 - \log_2 20$
 $2\log_2 6 + \log_2 5 - \log_2 20 = \log_2 6^2 + \log_2 5 - \log_2 20 = \log_2 \frac{36 \times 5}{20} = \log_2 9$

● 次の式を計算せよ。

(1) $\log_8 32 + \log_8 2$
 $\log_8 32 + \log_8 2$
 $= \log_8 (32 \times 2) = \log_8 64$
 $= \log_8 8^2 = 2$

(2) $\log_4 3 - \log_4 48$
 $\log_4 3 - \log_4 48$
 $= \log_4 \frac{3}{48} = \log_4 \frac{1}{16}$
 $= \log_4 4^{-2} = -2$

(3) $\log_2 30 + 2\log_2 3 - \log_2 135$
 $\log_2 30 + 2\log_2 3 - \log_2 135$
 $= \log_2 30 + \log_2 3^2 - \log_2 135$
 $= \log_2 \frac{30 \times 9}{135} = \log_2 2 = 1$

(4) $\log_6 4 + \log_6 9$
 $\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6 (4 \times 9) = \log_6 36$
 $= \log_6 6^2 = 2$

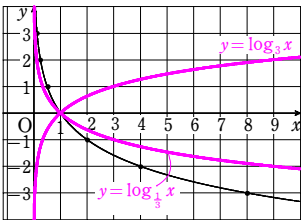
(5) $\log_3 108 - \log_3 4$
 $\log_3 108 - \log_3 4 = \log_3 \frac{108}{4}$
 $= \log_3 27$
 $= \log_3 3^3 = 3$

(6) $\log_{10} 24 + \log_{10} 27 - 3\log_{10} 6$
 $\log_{10} 24 + \log_{10} 27 - 3\log_{10} 6$
 $= \log_{10} 24 + \log_{10} 27 - \log_{10} 6^3$
 $= \log_{10} \frac{24 \times 27}{6^3} = \log_{10} 3$

7 ● 次の関数のグラフを下の図にかきなさい。

(1) $y = \log_3 x$ (2) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

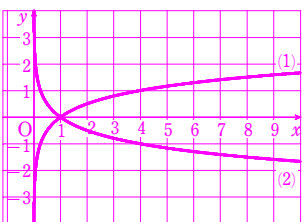
x	...	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	...
$\log_3 x$...	-2	-1	0	1	2	...
$\log_{\frac{1}{3}} x$...	2	1	0	-1	-2	...



● 次の関数のグラフをかきなさい。

(1) $y = \log_4 x$ (2) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$

x	...	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	1	4	...
$\log_4 x$...	-2	-1	0	1	...
$\log_{\frac{1}{4}} x$...	2	1	0	-1	...



8 例 次の数の大きさを調べなさい。

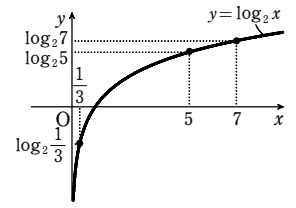
$\log_2 7, \log_2 \frac{1}{3}, \log_2 5$

解答 真数の大きさを調べると

$\frac{1}{3} < 5 < 7$

底 2 は 1 より大きいから

$\log_2 \frac{1}{3} < \log_2 5 < \log_2 7$



● 次の数の大きさを調べなさい。

(1) $\log_3 2, \log_3 4, \log_3 \frac{1}{2}$ (2) $\log_{\frac{1}{3}} 2, \log_{\frac{1}{3}} 4, \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$

真数の大きさを調べると $\frac{1}{2} < 2 < 4$

真数の大きさを調べると $\frac{1}{2} < 2 < 4$

底 3 は 1 より大きいから

底 $\frac{1}{3}$ は 1 より小さいから

$\log_3 \frac{1}{2} < \log_3 2 < \log_3 4$

$\log_{\frac{1}{3}} 4 < \log_{\frac{1}{3}} 2 < \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$

● 次の数の大きさを調べなさい。

$\log_{0.5} \frac{1}{3}, \log_{0.5} 1, \log_{0.5} 9$

真数の大きさを調べると $\frac{1}{3} < 1 < 9$

底 0.5 は 1 より小さいから $\log_{0.5} 9 < \log_{0.5} 1 < \log_{0.5} \frac{1}{3}$

9 例 次の方程式を解きなさい。

(1) $\log_2 x = 5$ (2) $\log_5 (2x+7) = 2$

解答 (1) $\log_2 x = 5$ から $x = 2^5$

よって $x = 32$

(2) $\log_5 (2x+7) = 2$ から $2x+7 = 5^2$

よって $x = 9$

● 次の方程式を解きなさい。

(1) $\log_3 x = 2$ (2) $\log_7 (3x+4) = 2$

$\log_3 x = 2$ から $x = 3^2$

よって $x = 9$

$\log_7 (3x+4) = 2$ から $3x+4 = 7^2$

よって $x = 15$

(3) $\log_5 x = 3$

$\log_5 x = 3$ から $x = 5^3$

よって $x = 125$

(4) $\log_3 (7x-5) = 2$

$\log_3 (7x-5) = 2$ から $7x-5 = 3^2$

よって $x = 2$

(5) $\log_2 x = 2$

$x = 2^2$

$x = 4$

(6) $\log_3 x = 1$

$x = 3^1$

$x = 3$

(7) $\log_5 x = -1$

$x = 5^{-1}$

$x = \frac{1}{5}$

(8) $\log_3 x = -2$

$x = 3^{-2}$

$x = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

(9) $\log_3 x = 0$

$x = 3^0$

$x = 1$

(10) $\log_5 x = 0$

$x = 5^0$

$x = 1$

(11) $\log_2 (x-1) = 3$

$x-1 = 2^3$

$x = 8+1$

$x = 9$

(12) $\log_3 (x+3) = 2$

$x+3 = 3^2$

$x+3 = 9$

$x = 9-3$

$x = 6$