

1 ●次の関数を微分せよ。

(1) $y = \log x$

(2) $y = \log(2x+3)$

(3) $y = \log(x^2-3x)$

(4) $y = (\log x)^2$

(5) $y = x + \log x$

(6) $y = x \log x$

2 ●次の関数を微分せよ。

(1) $y = e^x$

(2) $y = e^{2x+3}$

(3) $y = e^{x^2+1}$

(4) $y = xe^{2x}$

(5) $y = (e^x)^2$

(6) $y = e^x \cos x$

3 例 次の関数を微分せよ。

(1) $y = \log(5x-1)$

(2) $y = \log_2|3x|$

$$y' = \frac{1}{5x-1} \cdot (5x-1)' = \frac{5}{5x-1}$$

$$y' = \frac{1}{3x \log 2} \cdot (3x)' = \frac{3}{3x \log 2} = \frac{1}{x \log 2}$$

●次の関数を微分せよ。

(1) $y = \log(3x+1)$

(2) $y = \log_2(3x-1)$

(3) $y = x^3 \log x$

●次の関数を微分せよ。

(1) $y = \log(4-x^2)$

(2) $y = \log_4(3x^2+x)$

(3) $y = x \log_5(x+1)$

4 例 次の関数を微分せよ。

(1) $y = e^{-4x}$

(2) $y = x^2 3^x$

$$y' = e^{-4x} \cdot (-4x)' = -4e^{-4x}$$

$$y' = (x^2)' 3^x + x^2 (3^x)' = 2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \log 3 = x \cdot 3^x (2 + x \log 3)$$

●次の関数を微分せよ。

(1) $y = e^{6x}$

(2) $y = 5^x$

(3) $y = x^2 e^x$

(4) $y = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$

●次の関数を微分せよ。

(1) $y = e^{-x^2+1}$

(2) $y = 3^{-2x^2}$

(3) $y = (3x+1)2^x$

(4) $y = \frac{e^x}{e^x-1}$

5 例 曲線 $y = \frac{1}{x^2}$ 上の点(1, 1)における接線の方程式を求めよ。

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \text{ とすると } f'(x) = -\frac{2}{x^3}$$

よって $f'(1) = -2$

したがって、求める接線の方程式は $y-1 = -2(x-1)$

すなわち $y = -2x+3$

●次の曲線上の点Aにおける接線の方程式を求めよ。

(1) $y = \sqrt{x+2}$, A(7, 3)

(2) $y = 2^x$, A(0, 1)

6 例 曲線 $y = \sqrt{x-1}$ について、次のような接線の方程式を求めよ。

- (1) 傾きが $\frac{1}{4}$ (2) 原点を通る

$$y = \sqrt{x-1} \text{ を微分すると } y' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$$

ここで、接点の座標を $(a, \sqrt{a-1})$ とすると、接線の方程式は

$$y - \sqrt{a-1} = \frac{1}{2\sqrt{a-1}}(x - a) \dots\dots ①$$

- (1) 接線①の傾きが $\frac{1}{4}$ であるから $\frac{1}{2\sqrt{a-1}} = \frac{1}{4}$

これを解くと $a = 5$

①に代入して整理すると $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$

- (2) 接線①が原点 $(0, 0)$ を通るから $0 - \sqrt{a-1} = \frac{1}{2\sqrt{a-1}}(0 - a)$

これを解くと $a = 2$

①に代入して整理すると $y = \frac{1}{2}x$

●曲線 $y = e^{2x+1}$ について、傾きが2である接線の方程式を求めよ。

●曲線 $y = 2\log x$ について、原点を通る接線の方程式を求めよ。

7 例 関数 $f(x) = x + \frac{3}{x}$ の極値を求めよ。

$f(x)$ の定義域は $x \neq 0$ である。

$$f'(x) = 1 - \frac{3}{x^2} = \frac{x^2 - 3}{x^2} = \frac{(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})}{x^2}$$

$f'(x) = 0$ とすると $x = -\sqrt{3}, \sqrt{3}$

$f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
$f'(x)$	+	0	-	/	-	0	+
$f(x)$	↗	極大 $-2\sqrt{3}$	↘	/	↘	極小 $2\sqrt{3}$	↗

よって、 $f(x)$ は

$x = -\sqrt{3}$ で極大値 $-2\sqrt{3}$ 、 $x = \sqrt{3}$ で極小値 $2\sqrt{3}$ をとる。

●次の関数の極値を求めよ。

(1) $f(x) = \frac{\log x}{x^2}$

(2) $f(x) = x^3 e^{-3x}$