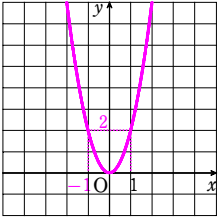
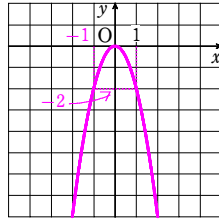


1 ● 次の2次関数のグラフをかけ。

(1)  $y=2x^2$

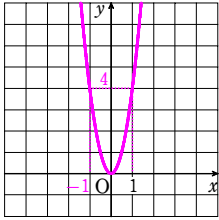


(2)  $y=-2x^2$

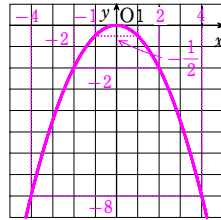


● 次の2次関数のグラフをかけ。

(1)  $y=4x^2$



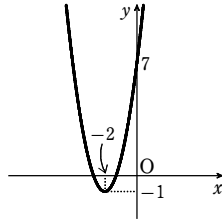
(2)  $y=-\frac{1}{2}x^2$



2 例  $y=2x^2+8x+7$  のグラフをかけ。また、その頂点と軸を求めよ。

$$\begin{aligned} 2x^2+8x+7 &= 2(x^2+4x)+7 \\ &= 2(x+2)^2-2^2+7 \\ &= 2(x+2)^2-1 \end{aligned}$$

よって  $y=2(x+2)^2-1$   
したがって、与えられた関数のグラフは右の図のような放物線である。  
頂点は 点  $(-2, -1)$ 、  
軸は 直線  $x=-2$

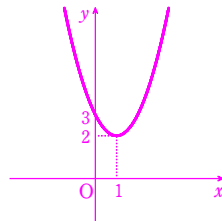


● 次の2次関数のグラフをかけ。また、その頂点と軸を求めよ。

(1)  $y=x^2-2x+3$

$$\begin{aligned} x^2-2x+3 &= (x-1)^2-1^2+3 \\ &= (x-1)^2+2 \end{aligned}$$

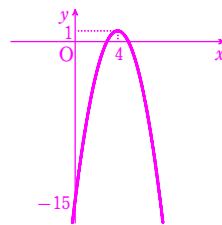
よって  $y=(x-1)^2+2$   
したがって、与えられた関数のグラフは右の図のような放物線である。  
頂点は 点  $(1, 2)$ 、  
軸は 直線  $x=1$



(2)  $y=-x^2+8x-15$

$$\begin{aligned} -x^2+8x-15 &= -(x^2-8x)+15 \\ &= -[(x-4)^2-4^2]+15 \\ &= -(x-4)^2+1 \end{aligned}$$

よって  $y=-(x-4)^2+1$   
したがって、与えられた関数のグラフは右の図のような放物線である。  
頂点は 点  $(4, 1)$ 、  
軸は 直線  $x=4$

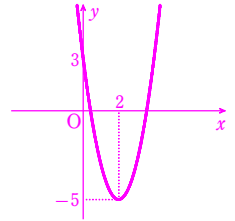


● 次の2次関数のグラフをかけ。また、その頂点と軸を求めよ。

(1)  $y=2x^2-8x+3$

$$\begin{aligned} 2x^2-8x+3 &= 2(x^2-4x)+3 \\ &= 2(x-2)^2-2^2+3 \\ &= 2(x-2)^2-5 \end{aligned}$$

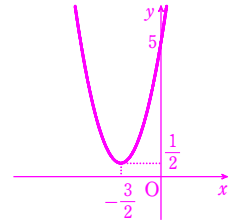
よって  $y=2(x-2)^2-5$   
したがって、与えられた関数のグラフは右の図のような放物線である。  
頂点は 点  $(2, -5)$ 、  
軸は 直線  $x=2$



(2)  $y=2x^2+6x+5$

$$\begin{aligned} 2x^2+6x+5 &= 2(x^2+3x)+5 = 2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2+5 \\ &= 2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-2\cdot\frac{9}{4}+5 = 2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{2}+\frac{10}{2} \\ &= 2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2} \end{aligned}$$

よって  $y=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$   
したがって、与えられた関数のグラフは右の図のような放物線である。  
頂点は 点  $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 、  
軸は 直線  $x=-\frac{3}{2}$



3 例 頂点が点  $(1, 3)$  で、点  $(-1, 7)$  を通る放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

頂点が点  $(1, 3)$  であるから、この2次関数は  
 $y=a(x-1)^2+3$   
の形に表される。グラフが点  $(-1, 7)$  を通るから  $7=a(-1-1)^2+3$   
よって  $a=1$   
したがって  $y=(x-1)^2+3$  ( $y=x^2-2x+4$ )

● 次の条件を満たす放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

(1) 頂点が点  $(2, 1)$  で、点  $(3, 2)$  を通る。

頂点が点  $(2, 1)$  であるから、この2次関数は  
 $y=a(x-2)^2+1$   
の形に表される。グラフが点  $(3, 2)$  を通るから  
 $2=a(3-2)^2+1$   
よって  $a=1$

したがって  $y=(x-2)^2+1$  ( $y=x^2-4x+5$ )

(2) 頂点が点  $(3, -5)$  で、点  $(1, -9)$  を通る。

頂点が点  $(3, -5)$  であるから、この2次関数は  
 $y=a(x-3)^2-5$   
の形に表される。グラフが点  $(1, -9)$  を通るから  
 $-9=a(1-3)^2-5$   
よって  $a=-1$

したがって  $y=-(x-3)^2-5$  ( $y=-x^2+6x-14$ )

4 例 直線  $x=-1$  を軸とし、2点  $(-4, -6)$ 、 $(0, 2)$  を通る放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

軸が直線  $x=-1$  であるから、この2次関数は  
 $y=a(x+1)^2+q$   
の形に表される。グラフが  
点  $(-4, -6)$  を通るから  $-6=a(-4+1)^2+q$   
点  $(0, 2)$  を通るから  $2=a(0+1)^2+q$   
よって  $9a+q=-6$ 、 $a+q=2$   
これを解くと  $a=-1$ 、 $q=3$   
したがって  $y=-(x+1)^2+3$  ( $y=-x^2-2x+2$ )

● 直線  $x=3$  を軸とし、2点  $(2, -6)$ 、 $(5, 0)$  を通る放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

軸が直線  $x=3$  であるから、この2次関数は  
 $y=a(x-3)^2+q$   
の形に表される。グラフが  
点  $(2, -6)$  を通るから  $-6=a(2-3)^2+q$   
点  $(5, 0)$  を通るから  $0=a(5-3)^2+q$   
よって  $a+q=-6$  …… ①

$$4a+q=0 \quad \dots\dots ②$$

$$②-① \text{ から } 3a=6 \quad \text{よって } a=2$$

$$① \text{ に代入すると } 2+q=-6 \quad \text{よって } q=-8$$

$$\text{したがって } y=2(x-3)^2-8 \quad (y=2x^2-12x+10)$$

●直線  $x=-2$  を軸とし、2点(0, 1), (1, -4)を通る放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

軸が直線  $x=-2$  であるから、この2次関数は

$$y=a(x+2)^2+q$$

の形に表される。グラフが

$$\text{点}(0, 1)\text{を通るから } 1=a(0+2)^2+q$$

$$\text{点}(1, -4)\text{を通るから } -4=a(1+2)^2+q$$

$$\text{よって } 4a+q=1 \quad \dots\dots ①$$

$$9a+q=-4 \quad \dots\dots ②$$

$$②-① \text{ から } 5a=-5 \quad \text{よって } a=-1$$

$$① \text{ に代入すると } 4 \cdot (-1)+q=1 \quad \text{よって } q=5$$

$$\text{したがって } y=-(x+2)^2+5 \quad (y=-x^2-4x+1)$$

5 例 2次関数のグラフが3点(-1, -5), (1, 3), (2, 1)を通るとき、その2次関数を求めよ。

求める2次関数を  $y=ax^2+bx+c$  とする。

グラフが3点(-1, -5), (1, 3), (2, 1)を通るから

$$-5=a-b+c \quad \dots\dots ①$$

$$3=a+b+c \quad \dots\dots ②$$

$$1=4a+2b+c \quad \dots\dots ③$$

$$②-① \text{ から } 2b=8 \quad \dots\dots ④$$

$$③-② \text{ から } 3a+b=-2 \quad \dots\dots ⑤$$

$$④, ⑤ \text{ を解くと } b=4, a=-2$$

$$\text{これらを } ② \text{ に代入すると } c=1$$

$$\text{よって、求める2次関数は } y=-2x^2+4x+1$$

●2次関数のグラフが3点(-1, 2), (0, -1), (1, 0)を通るとき、その2次関数を求めよ。

求める2次関数を  $y=ax^2+bx+c$  とする。

グラフが3点(-1, 2), (0, -1), (1, 0)を通るから

$$2=a-b+c \quad \dots\dots ①$$

$$-1=c \quad \dots\dots ②$$

$$0=a+b+c \quad \dots\dots ③$$

$$② \text{ を } ①, ③ \text{ に代入して、整理すると } a-b=3 \quad \dots\dots ④$$

$$a+b=1 \quad \dots\dots ⑤$$

$$④+⑤ \text{ から } 2a=4 \quad \text{よって } a=2$$

$$a=2 \text{ を } ④ \text{ に代入すると } 2-b=3 \quad \text{よって } b=-1$$

$$\text{したがって、求める2次関数は } y=2x^2-x-1$$

●2次関数のグラフが3点(1, -1), (2, 6), (-3, -9)を通るとき、その2次関数を求めよ。

求める2次関数を  $y=ax^2+bx+c$  とする。

グラフが3点(1, -1), (2, 6), (-3, -9)を通るから

$$-1=a+b+c \quad \dots\dots ①$$

$$6=4a+2b+c \quad \dots\dots ②$$

$$-9=9a-3b+c \quad \dots\dots ③$$

$$②-① \text{ から } 3a+b=7 \quad \dots\dots ④$$

$$③-② \text{ から } 5a-5b=-15 \quad \text{よって } a-b=-3 \quad \dots\dots ⑤$$

$$④+⑤ \text{ から } 4a=4 \quad \text{よって } a=1$$

$$a=1 \text{ を } ④ \text{ に代入すると } 3+b=7 \quad \text{よって } b=4$$

$$a=1, b=4 \text{ を } ① \text{ に代入すると } 1+4+c=-1 \quad \text{よって } c=-6$$

$$\text{したがって、求める2次関数は } y=x^2+4x-6$$

6 ●次の2次方程式を解け。

$$(1) (x-1)(x-4)=0$$

$$(2) (2x+3)(3x-4)=0$$

$$(x-1)(x-4)=0 \text{ から}$$

$$(2x+3)(3x-4)=0 \text{ から}$$

$$x-1=0 \text{ または } x-4=0$$

$$2x+3=0 \text{ または } 3x-4=0$$

$$\text{よって } x=1, 4$$

$$\text{よって } x=-\frac{3}{2}, \frac{4}{3}$$

$$(3) x^2+7x=0$$

$$x^2+7x=0$$

$$(4) x^2-3x-10=0$$

$$x^2-3x-10=0$$

左辺を因数分解すると

$$x(x+7)=0$$

$$\text{よって } x=0 \text{ または } x+7=0$$

$$\text{したがって } x=0, -7$$

左辺を因数分解すると

$$(x+2)(x-5)=0$$

$$\text{よって } x+2=0 \text{ または } x-5=0$$

$$\text{したがって } x=-2, 5$$

$$(5) 3x^2+5x-2=0$$

$$3x^2+5x-2=0$$

左辺を因数分解すると

$$(x+2)(3x-1)=0$$

よって

$$x+2=0 \text{ または } 3x-1=0$$

$$\text{したがって } x=-2, \frac{1}{3}$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 2 \rightarrow 6 \\ 3 \times -1 \rightarrow -1 \\ \hline 3 \quad -2 \quad 5 \end{array}$$

$$(6) 4x^2-11x+7=0$$

$$4x^2-11x+7=0$$

左辺を因数分解すると

$$(x-1)(4x-7)=0$$

よって

$$x-1=0 \text{ または } 4x-7=0$$

$$\text{したがって } x=1, \frac{7}{4}$$

$$\begin{array}{r} 1 \times -1 \rightarrow -4 \\ 4 \times -7 \rightarrow -7 \\ \hline 4 \quad 7 \quad -11 \end{array}$$

7 例 次の2次方程式を解け。

$$(1) 3x^2-5x-1=0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$$(2) 5x^2+6x-1=0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 5 \cdot (-1)}}{5}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{37}}{5}$$

●次の2次方程式を解け。

$$(1) x^2+3x+1=0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$(2) 2x^2+3x-4=0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$(3) 3x^2+6x+2=0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 3 \cdot 2}}{3} = \frac{-6 \pm \sqrt{3}}{3}$$

8 例 次の2次関数のグラフとx軸の共有点の座標を求めよ。

$$(1) y=x^2+3x-2$$

共有点のx座標は、2次方程式

$$x^2+3x-2=0 \text{ の実数解である。}$$

$$\text{これを解くと } x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

よって、共有点の座標は

$$\left( \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}, 0 \right), \left( \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}, 0 \right)$$

$$(2) y=-x^2+2x-1$$

共有点のx座標は、2次方程式

$$-x^2+2x-1=0 \text{ の実数解である。}$$

$$\text{両辺に } -1 \text{ を掛けて } x^2-2x+1=0$$

これを解くと  $x=1$

$$\text{よって、共有点の座標は } (1, 0)$$

●次の2次関数のグラフとx軸の共有点の座標を求めよ。

$$(1) y=x^2+4x+3$$

共有点のx座標は、2次方程式

$$x^2+4x+3=0 \text{ の実数解である。}$$

左辺を因数分解すると

$$(x+1)(x+3)=0$$

$$\text{よって } x=-1, -3$$

したがって、共有点の座標は

$$(-1, 0), (-3, 0)$$

$$(2) y=4x^2+4x+1$$

共有点のx座標は、2次方程式

$$4x^2+4x+1=0 \text{ の実数解である。}$$

左辺を因数分解すると

$$(2x+1)^2=0$$

$$\text{よって } x=-\frac{1}{2}$$

したがって、共有点の座標は

$$\left( -\frac{1}{2}, 0 \right)$$

●次の2次関数のグラフとx軸の共有点の座標を求めよ。

$$(1) y=x^2-5x+5$$

共有点のx座標は、2次方程式

$$x^2-5x+5=0 \text{ の実数解である。}$$

これを解くと

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

よって、共有点の座標は

$$\left( \frac{5 - \sqrt{5}}{2}, 0 \right), \left( \frac{5 + \sqrt{5}}{2}, 0 \right)$$

$$(2) y=-x^2+6x-9$$

共有点のx座標は、2次方程式

$$-x^2+6x-9=0 \text{ の実数解である。}$$

$$\text{両辺に } -1 \text{ を掛けて } x^2-6x+9=0$$

$$\text{左辺を因数分解すると } (x-3)^2=0$$

$$\text{よって } x=3$$

したがって、共有点の座標は  $(3, 0)$