数学補習授業４回目（その１：解説）　　　　　　　　　　　　学籍番号（　　　　　　　　　）　名前（　　　　　　　　　）

1 ●(1)～(4) の角を弧度法で表せ。また，(5)～(8) の角を度数法で表せ。

(1)　60°

$60°=\frac{\pi}{180}\times 60=\frac{\pi}{3}$

(2)　90°

$90°=\frac{\pi}{180}\times 90=\frac{\pi}{2}$

(3)　210°

$210°=\frac{\pi}{180}\times 210=\frac{7}{6}\pi$

(4)　390°

$390°=\frac{\pi}{180}\times 390=\frac{13}{6}\pi$

(5)　$\frac{\pi}{4}$

$\frac{\pi}{4}=\left(\frac{180}{\pi}\times\frac{\pi}{4}\right)^{\circ}=45°$

(6)　$\frac{2}{3}\pi$

$\frac{2}{3}\pi=\left(\frac{180}{\pi}\times\frac{2}{3}\pi\right)^{\circ}=120°$

(7)　$\frac{5}{3}\pi$

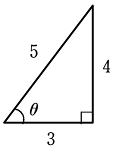
$\frac{5}{3}\pi=\left(\frac{180}{\pi}\times\frac{5}{3}\pi\right)^{\circ}=300°$

(8)　3π

$3\pi=\left(\frac{180}{\pi}\times 3\pi\right)^{\circ}=540°$

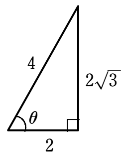
2 ●次の (1)～(4) について，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。
また，(5)～(8) について，x を θ を用いて表せ。

(1)



$\sin\theta=\frac{4}{5}$，$\cos\theta=\frac{3}{5}$，$\tan\theta=\frac{4}{3}$

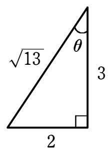
(2)



$\sin\theta=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos\theta=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

$\tan\theta=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

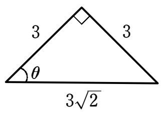
(3)



$\sin\theta=\frac{2}{\sqrt{13}}$，$\cos\theta=\frac{3}{\sqrt{13}}$，

$\tan\theta=\frac{2}{3}$

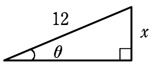
(4)



$\sin\theta=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$，

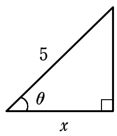
$\cos\theta=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$，　$\tan\theta=\frac{3}{3}=1$

(5)



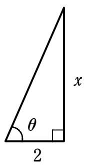
$x=12\sin\theta$

(6)



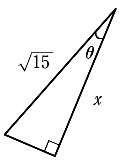
$x=5\cos\theta$

(7)



$x=2\tan\theta$

(8)



$x=\sqrt{15}\cos\theta$

3 例　次の値を求めなさい。

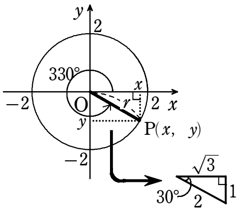
$\sin 330°$，　$\cos 330°$，　$\tan 330°$

解答　右の図のように $r=2$ とすると，
点 P の座標 $(x,\ y)$ は　$(\sqrt{3},\ -1)$

よって　$\sin 330°=\frac{y}{r}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$

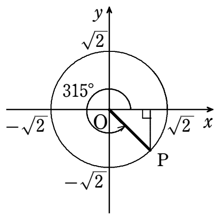
$\cos 330°=\frac{x}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 330°=\frac{y}{x}=\frac{-1}{\sqrt{3}}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$



●次の角 θ について，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

(1)　$\theta=315°$

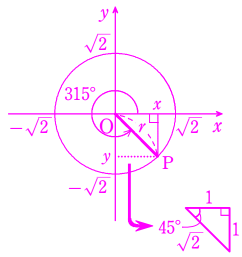


図のように $r=\sqrt{2}$ とすると，
点 P の座標 $(x,\ y)$ は
$(1,\ -1)$

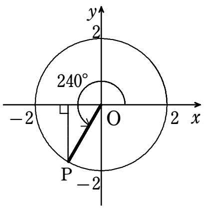
よって　$\sin 315°=\frac{y}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos 315°=\frac{x}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan 315°=\frac{y}{x}=\frac{-1}{1}=-1$



(2)　$\theta=240°$

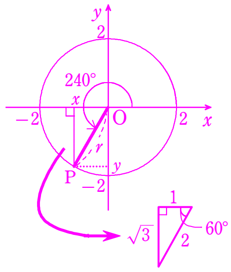


図のように $r=2$ とすると，
点 P の座標 $(x,\ y)$ は
$(-1,\ -\sqrt{3})$

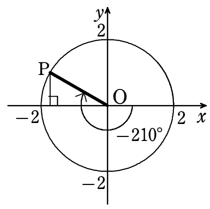
よって　$\sin 240°=\frac{y}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 240°=\frac{x}{r}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$

$\tan 240°=\frac{y}{x}=\frac{-\sqrt{3}}{-1}=\sqrt{3}$



(3)　$\theta=-210°$



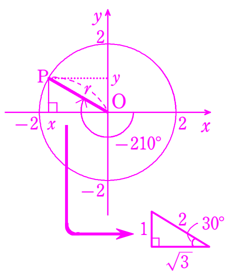
図のように $r=2$ とすると，
点 P の座標 $(x,\ y)$ は
$(-\sqrt{3},\ 1)$

よって

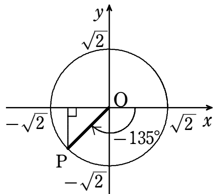
$\sin(-210°)=\frac{y}{r}=\frac{1}{2}$

$\cos(-210°)=\frac{x}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan(-210°)=\frac{y}{x}=\frac{1}{-\sqrt{3}}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$



(4)　$\theta=-135°$

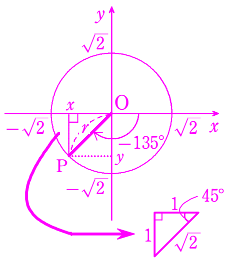


図のように $r=\sqrt{2}$ とすると，
点 P の座標 $(x,\ y)$ は
$(-1,\ -1)$

よって　$\sin(-135°)=\frac{y}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos(-135°)=\frac{x}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan(-135°)=\frac{y}{x}=\frac{-1}{-1}=1$



4 ● $\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ のうちの１つが次のように与えられたとき，他の２つの値を求めよ。[　]内は θ の動径のある象限を示す。

(1) $\sin\theta=\frac{4}{5}$ [第１象限]

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

θ の動径は第１象限にあるから　$\cos\theta>0$

よって　$\cos\theta=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$

$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{4}{5}\div\frac{3}{5}=\frac{4}{3}$

(2) $\cos\theta=-\frac{1}{4}$ [第２象限]

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{15}{16}$

θ の動径は第２象限にあるから　$\sin\theta>0$

よって　$\sin\theta=\sqrt{\frac{15}{16}}=\frac{\sqrt{15}}{4}$

$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$=\frac{\sqrt{15}}{4}\div\left(-\frac{1}{4}\right)$

$=-\sqrt{15}$

(3) $\tan\theta=2$ [第３象限]

$\cos^2\theta=\frac{1}{1+\tan^2\theta}=\frac{1}{1+2^2}=\frac{1}{5}$

θ の動径は第３象限にあるから　$\cos\theta<0$

よって　$\cos\theta=-\sqrt{\frac{1}{5}}=-\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin\theta=\tan\theta\cdot\cos\theta$

$=2\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

$=-\frac{2}{\sqrt{5}}$

5 ● $\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ のうちの１つが次のように与えられたとき，他の２つの値を求めよ。[　]内は θ の動径のある象限を示す。

(1) $\sin\theta=-\frac{3}{5}$ [第３象限]

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$

θ の動径は第３象限にあるから　$\cos\theta<0$

よって　$\cos\theta=-\sqrt{\frac{16}{25}}=-\frac{4}{5}$

$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$=\left(-\frac{3}{5}\right)\div\left(-\frac{4}{5}\right)$

$=\frac{3}{4}$

(2) $\cos\theta=\frac{4}{5}$ [第４象限]

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

θ の動径は第４象限にあるから　$\sin\theta<0$

よって　$\sin\theta=-\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$

$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$=\left(-\frac{3}{5}\right)\div\frac{4}{5}$

$=-\frac{3}{4}$

(3) $\tan\theta=-3$ [第４象限]

$\cos^2\theta=\frac{1}{1+\tan^2\theta}=\frac{1}{1+(-3)^2}=\frac{1}{10}$

θ の動径は第４象限にあるから　$\cos\theta>0$

よって　$\cos\theta=\sqrt{\frac{1}{10}}=\frac{1}{\sqrt{10}}$

$\sin\theta=\tan\theta\cdot\cos\theta$

$=-3\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}=-\frac{3}{\sqrt{10}}$

6 ●次の値を求めよ。

(1) $\sin 75^\circ$

$\sin 75^\circ=\sin(45^\circ+30^\circ)=\sin 45^\circ\cos 30^\circ+\cos 45^\circ\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

$=\frac{(\sqrt{3}+1)\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(2) $\sin 15^\circ$

$\sin 15^\circ=\sin(45^\circ-30^\circ)=\sin 45^\circ\cos 30^\circ-\cos 45^\circ\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

$=\frac{(\sqrt{3}-1)\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

(3) $\cos 105^\circ$

$\cos 105^\circ=\cos(60^\circ+45^\circ)=\cos 60^\circ\cos 45^\circ-\sin 60^\circ\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$=\frac{(1-\sqrt{3})\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

(4) $\tan 165^\circ$

$\tan 165^\circ=\tan(120^\circ+45^\circ)=\frac{\tan 120^\circ+\tan 45^\circ}{1-\tan 120^\circ\tan 45^\circ}$

$=\frac{-\sqrt{3}+1}{1-(-\sqrt{3})\cdot 1}=\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

$=\frac{(1-\sqrt{3})^2}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}=\frac{1-2\sqrt{3}+3}{1-3}$

$=-\frac{4-2\sqrt{3}}{2}=-2+\sqrt{3}$

7 ●次の値を求めよ。

(1) $\sin\alpha=\frac{1}{3}$ のとき $\cos 2\alpha$

$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{7}{9}$

(2) $\cos\alpha=\frac{7}{8}$ のとき $\cos 2\alpha$

$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=2\cdot\left(\frac{7}{8}\right)^2-1=\frac{17}{32}$

(3) $\tan\alpha=3$ のとき $\tan 2\alpha$

$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{2\cdot 3}{1-3^2}=-\frac{3}{4}$

(4) $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，$\sin\alpha=\frac{3}{5}$ のとき $\sin 2\alpha$

$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ であるから　$\cos\alpha<0$

よって　$\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=-\frac{4}{5}$

ゆえに　$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\cdot\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{24}{25}$