

1 例 関数 $f(x) = x^3$ の導関数を求めなさい。

解答 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ において

$$\begin{aligned} f(x+h) - f(x) &= (x+h)^3 - x^3 \\ &= (x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3) - x^3 \\ &= 3x^2h + 3xh^2 + h^3 \\ &= h(3x^2 + 3xh + h^2) \end{aligned}$$

よって $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(3x^2 + 3xh + h^2)}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 + 3xh + h^2) = 3x^2$

例 関数 $f(x) = 3x^2$ の導関数を求めます。

$$\begin{aligned} f(x+h) - f(x) &= 3(x+h)^2 - 3x^2 \\ &= 3\{(x^2 + 2xh + h^2) - x^2\} \\ &= 3(2xh + h^2) = 3h(2x+h) \end{aligned}$$

よって $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h(2x+h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 3(2x+h)$
 $= 3 \times 2x = 6x$

例 関数 $f(x) = x^2 + x$ の導関数を求めます。

$$\begin{aligned} f(x+h) - f(x) &= \{(x+h)^2 + (x+h)\} - \{x^2 + x\} \\ &= \{(x+h)^2 - x^2\} + \{(x+h) - x\} \\ &= (x^2 + 2xh + h^2 - x^2) + h \\ &= 2xh + h^2 + h = h(2x + h + 1) \end{aligned}$$

よって $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x+h+1)}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} (2x+h+1) = 2x+1$

●関数 $f(x) = x$ の導関数を求めなさい。

2 例 次の関数を微分しなさい。

(1) $y = x^3 - 3x^2 + 1$ (2) $y = x(x+5)$

解答 (1) $y' = (x^3 - 3x^2 + 1)' = (x^3)' - 3(x^2)' + (1)'$
 $= 3x^2 - 3 \times 2x + 0 = 3x^2 - 6x$

(2) 右辺を展開すると $y = x^2 + 5x$
 よって $y' = (x^2 + 5x)' = (x^2)' + 5(x)'$
 $= 2x + 5 \times 1 = 2x + 5$

●次の関数を微分しなさい。

- (1) $y = 4x^2$ (2) $y = -2x^3$
 (3) $y = x^2 - x$ (4) $y = x^3 - 2$
 (5) $y = x^2 + 2x + 3$ (6) $y = -5x^3 - 3x + 6$
 (7) $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2$ (8) $y = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + x$

(9) $y = x(x^2 - 1)$

(10) $y = (x+3)^2$

3 ●次の関数を微分せよ。

- (1) $y = -3$ (2) $y = 4x + 3$
 (3) $y = -3x^2 + 7x + 5$ (4) $y = x^3 - 5x^2 + 2x + 1$
 (5) $y = (x+1)(5x+1)$ (6) $y = (x+2)(x-1)$
 (7) $y = (2x-1)^2$ (8) $y = x(x-4)^2$

4 ●次の関数について、与えられた微分係数を求めよ。

- (1) $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$, $f'(0)$ (2) $f(x) = x^3 + 4x + 3$, $f'(1)$
 (3) $f(x) = 5x - 1$, $f'(3)$ (4) $f(x) = 4$, $f'(-5)$
 (5) $f(x) = -2x^3 - 5x^2 - x + 7$, $f'(-2)$ (6) $f(x) = (x-2)(3x+5)$, $f'(0)$
 (7) $f(x) = (x-2)(x+2)$, $f'(-6)$ (8) $f(x) = (2x-3)^2$, $f'(4)$

5 ●次の関数を微分せよ。

(1) $y = (x^2 + 4)(2x - 1)$

(2) $y = (3x^2 + 1)(x^2 + 5x + 2)$

(3) $y = (x^3 + 4x)(x^2 - 5)$

(4) $y = (x + 1)(x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x - 4)$

(5) $y = (x^2 - x)(x^4 - 7x + 4)$

6 ●次の関数を微分せよ。

(1) $y = (3x + 2)(x^2 - 3)$

(2) $y = (2x^2 - 1)(x^2 - 3x + 4)$

(3) $y = (x^3 - x)(x^2 + 4)$

(4) $y = (2x - 1)(x^4 + 5x^2 - 3)$

(5) $y = (x^2 + x)(x^4 - 3x + 1)$

7 ●次の関数を微分せよ。

(1) $y = \frac{2}{x^2 + 3}$

(2) $y = \frac{1}{x+2} + \frac{2}{x^2-5}$

(3) $y = \frac{x-1}{x^2+2x-5}$

(4) $y = \frac{x^2+1}{x^3+1}$

(5) $y = \frac{x}{x^4-8x^2+15}$

8 ●次の関数を微分せよ。

(1) $y = -\frac{1}{x^3+x}$

(2) $y = \frac{1}{x-3} - \frac{3}{x^2-4}$

(3) $y = \frac{x}{x^2-x+1}$

(4) $y = \frac{2x^2+x}{x^2-2}$

(5) $y = \frac{x^2}{4x^2-4x+3}$