1 ●次の関数を微分せよ。

(1) $y=2\cos x+3x$

$y'=-2\sin x+3$

(2) $y=\sin(3x+2)$

$y'=\cos(3x+2)\cdot(3x+2)'=3\cos(3x+2)$

(3) $y=\sin^4 x$

$y'=4\sin^3 x\cdot(\sin x)'=4\sin^3 x\cos x$

(4) $y=\tan(\cos x)$

$y'=\dfrac{1}{\cos^2(\cos x)}\cdot(\cos x)'$

$=-\dfrac{\sin x}{\cos^2(\cos x)}$

(5) $y=\dfrac{2}{\tan x}$

$y'=-\dfrac{2(\tan x)'}{\tan^2 x}=-\dfrac{2}{\tan^2 x\cos^2 x}$

$=-\dfrac{2}{\sin^2 x}$

(6) $y=2x\sin 2x$

$y'=2\cdot\sin 2x+2x\cdot\cos 2x\cdot 2$

$=2\sin 2x+4x\cos 2x$

$(=2(\sin 2x+2x\cos 2x))$

(7) $y=x^3\sin^2 4x$

$y'=3x^2\cdot\sin^2 4x+x^3\{2\sin 4x\cdot(\cos 4x)\cdot 4\}$

$=3x^2\sin^2 4x+8x^3\sin 4x\cos 4x$

$(=x^2\sin 4x(3\sin 4x+8x\cos 4x))$

(8) $y=\sin x\cos 2x$

$y'=\cos x\cdot\cos 2x+\sin x\cdot(-\sin 2x)\cdot 2$

$=\cos x\cos 2x-2\sin x\sin 2x$

(9) $y=\dfrac{x}{\cos^2 x}$

$y'=\dfrac{1\cdot\cos^2 x-x\cdot 2\cos x\cdot(-\sin x)}{\cos^4 x}$

$=\dfrac{\cos x+2x\sin x}{\cos^3 x}$

(10) $y=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}$

$y'=\dfrac{\cos x\cdot(1+\cos x)-\sin x\cdot(-\sin x)}{(1+\cos x)^2}$

$=\dfrac{1+\cos x}{(1+\cos x)^2}=\dfrac{1}{1+\cos x}$

2 ●次の関数を微分せよ。

(1) $y=\sin x+\tan x$

$y'=\cos x+\dfrac{1}{\cos^2 x}$

(2) $y=\cos(1-2x)$

$y'=-\sin(1-2x)\cdot(1-2x)'$

$=2\sin(1-2x)$

(3) $y=2\cos^3 x$

$y'=2\cdot 3\cos^2 x\cdot(\cos x)'=-6\sin x\cos^2 x$

(4) $y=\sin(\cos x)$

$y'=\cos(\cos x)\cdot(\cos x)'$

$=-\cos(\cos x)\cdot\sin x$

(5) $y=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

$y'=-\dfrac{(\cos^2 x)'}{\cos^4 x}=-\dfrac{2\cos x\cdot(-\sin x)}{\cos^4 x}$

$=\dfrac{2\sin x}{\cos^3 x}$

(6) $y=x^3\tan 3x$

$y'=3x^2\cdot\tan 3x+x^3\cdot\dfrac{3}{\cos^2 3x}$

$=3x^2\tan 3x+\dfrac{3x^3}{\cos^2 3x}$

$\left(=3x^2\left(\tan 3x+\dfrac{x}{\cos^2 3x}\right)\right)$

(7) $y=3x\cos^3 2x$

y'

$=3\cdot\cos^3 2x+3x\cdot\{3\cos^2 2x\cdot(-\sin 2x)\cdot 2\}$

$=3\cos^3 2x-18x\sin 2x\cos^2 2x$

$(=3\cos^2 2x(\cos 2x-6x\sin 2x))$

(8) $y=\cos 3x\sin 5x$

$y'=-3\sin 3x\cdot\sin 5x+\cos 3x\cdot 5\cos 5x$

$=-3\sin 3x\sin 5x+5\cos 3x\cos 5x$

(9) $y=\dfrac{2x}{\sin^2 x}$

$y'=\dfrac{2\cdot\sin^2 x-2x\cdot 2\sin x\cdot\cos x}{\sin^4 x}$

$=\dfrac{2\sin x-4x\cos x}{\sin^3 x}$

$\left(=\dfrac{2(\sin x-2x\cos x)}{\sin^3 x}\right)$

(10) $y=\dfrac{\cos x}{1-\sin x}$

y'

$=\dfrac{-\sin x\cdot(1-\sin x)-\cos x\cdot(-\cos x)}{(1-\sin x)^2}$

$=\dfrac{1-\sin x}{(1-\sin x)^2}=\dfrac{1}{1-\sin x}$

3 ●次の関数を微分せよ。

(1) $y=\cos^5 x\sin 5x$

$y'=5\cos^4 x(-\sin x)\sin 5x+\cos^5 x\cdot 5\cos 5x$

$=5\cos^4 x(\cos x\cos 5x-\sin x\sin 5x)$

$=5\cos^4 x\cos 6x$

(2) $y=(\sin x\cos x)^3$

$y=\left(\dfrac{1}{2}\sin 2x\right)^3=\dfrac{1}{8}\sin^3 2x$

よって

$y'=\dfrac{1}{8}\cdot 3\sin^2 2x(\sin 2x)'=\dfrac{3}{8}\sin^2 2x\cdot 2\cos 2x$

$=\dfrac{3}{4}\sin^2 2x\cos 2x\ \left(=\dfrac{3}{8}\sin 4x\sin 2x\right)$

別解　$y=\sin^3 x\cos^3 x$

よって　$y'=3\sin^2 x\cdot\cos x\cdot\cos^3 x+\sin^3 x\cdot 3\cos^2 x\cdot(-\sin x)$

$=3\sin^2 x\cos^2 x(\cos^2 x-\sin^2 x)$

$\left(=\dfrac{3}{4}\sin^2 2x\cos 2x=\dfrac{3}{8}\sin 4x\sin 2x\right)$

(3) $y=\cos\sqrt{x^2+x+1}$

$y'=-\sin\sqrt{x^2+x+1}\cdot\left(\sqrt{x^2+x+1}\right)'$

$=-\sin\sqrt{x^2+x+1}\cdot\dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$

$=-\dfrac{(2x+1)\sin\sqrt{x^2+x+1}}{2\sqrt{x^2+x+1}}$

4 ●次の関数を微分せよ。

(1) $y=2\sin x$

$y'=2\cos x$

(2) $y=\sin 2x$

$y'=\cos 2x\cdot(2x)'$

$=2\cos 2x$

(3) $y=\sin^2 x$

$y'=2\sin x(\sin x)'$

$=2\sin x\cos x$

(4) $y=\sin x^4$

$y'=\cos x^4(x^4)'$

$=4x^3\cos x^4$

(5) $y=x+\sin x$

$y'=1+\cos x$

(6) $y=x\sin x$

$y'=(x)'\sin x+x(\sin x)'$

$=\sin x+x\cos x$

(7) $y=\sin x+\cos x$

$y'=\cos x-\sin x$

(8) $y=\sin x\cos x$

$y'=(\sin x)'\cos x+\sin x(\cos x)'$

$=\cos x\cdot\cos x+\sin x\cdot(-\sin x)$

$=\cos^2 x-\sin^2 x$

$=\cos 2x$

別解　$y=\sin x\cos x=\dfrac{1}{2}\sin 2x$

$y'=\dfrac{1}{2}\cdot\cos 2x\cdot 2=\cos 2x$