1 ●次の関数を微分せよ。

(1) $y=\sin x+2x$

$y'=\cos x+2$

(2) $y=\cos 3x$

$y'=-\sin 3x\cdot(3x)'$

$=-3\sin 3x$

(3) $y=\sin^3 x$

$y'=3\sin^2 x\cdot(\sin x)'$

$=3\sin^2 x\cos x$

(4) $y=\tan^2 x$

$y'=2\tan x\cdot(\tan x)'$

$=\dfrac{2\tan x}{\cos^2 x}\ \left(=\dfrac{2\sin x}{\cos^3 x}\right)$

(5) $y=\dfrac{1}{\tan x}$

$y'=-\dfrac{(\tan x)'}{\tan^2 x}=-\dfrac{1}{\tan^2 x\cos^2 x}$

$=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

(6) $y=x\sin 4x$

$y'=1\cdot\sin 4x+x\cdot\cos 4x\cdot 4$

$=\sin 4x+4x\cos 4x$

(7) $y=\sin x\cos 2x$

$y'=\cos x\cdot\cos 2x+\sin x\cdot(-\sin 2x)\cdot 2$

$=\cos x\cos 2x-2\sin x\sin 2x$

(8) $y=\dfrac{1}{1+\cos x}$

$y'=\dfrac{-1\cdot(-\sin x)}{(1+\cos x)^2}$

$=\dfrac{\sin x}{(1+\cos x)^2}$

2 ●次の関数を微分せよ。

(1) $y=2\sin x$

$y'=2\cos x$

(2) $y=\sin 2x$

$y'=\cos 2x\cdot(2x)'$

$=2\cos 2x$

(3) $y=\sin^2 x$

$y'=2\sin x(\sin x)'$

$=2\sin x\cos x$

(4) $y=\sin x^4$

$y'=\cos x^4(x^4)'$

$=4x^3\cos x^4$

(5) $y=x+\sin x$

$y'=1+\cos x$

(6) $y=x\sin x$

$y'=(x)'\sin x+x(\sin x)'$

$=\sin x+x\cos x$

(7) $y=\sin x+\cos x$

$y'=\cos x-\sin x$

(8) $y=\sin x\cos x$

$y'=(\sin x)'\cos x+\sin x(\cos x)'$

$=\cos x\cdot\cos x+\sin x\cdot(-\sin x)$

$=\cos^2 x-\sin^2 x$

$=\cos 2x$

別解　$y=\sin x\cos x=\dfrac{1}{2}\sin 2x$

$y'=\dfrac{1}{2}\cdot\cos 2x\cdot 2=\cos 2x$

3 例　次の関数を微分せよ。

(1) $y=\sin 5x$

$y'=\cos 5x\cdot(5x)'=5\cos 5x$

(2) $y=\cos^4 x$

$y'=4\cos^3 x\cdot(\cos x)'=4\cos^3 x\cdot(-\sin x)$

$=-4\cos^3 x\sin x$

(3) $y=x\tan x$

$y'=(x)'\tan x+x(\tan x)'=\tan x+\dfrac{x}{\cos^2 x}$

●次の関数を微分せよ。

(1) $y=\sin(2x-1)$

$y'=\cos(2x-1)\cdot(2x-1)'$

$=\cos(2x-1)\cdot 2\ =2\cos(2x-1)$

(2) $y=\cos^5 x$

$y'=5\cos^4 x\cdot(\cos x)'=5\cos^4 x\cdot(-\sin x)$

$=-5\cos^4 x\sin x$

(3) $y=\tan^2 5x$

$y'=2\tan 5x\cdot(\tan 5x)'$

$=2\tan 5x\cdot\left(\dfrac{5}{\cos^2 5x}\right)=\dfrac{10\tan 5x}{\cos^2 5x}$

(4) $y=x^2\sin x$

$y'=(x^2)'\sin x+x^2(\sin x)'$

$=2x\sin x+x^2\cos x$

(5) $y=\cos x-x\sin x$

$y'=(\cos x)'-(x\sin x)'=-\sin x-\{(x)'\sin x+x(\sin x)'\}$

$=-\sin x-(\sin x+x\cos x)=-2\sin x-x\cos x$

●次の関数を微分せよ。

(1) $y=\sqrt{3}\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

$y'=-\sqrt{3}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)\cdot\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)'$

$=-\sqrt{3}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)\cdot 2$

$=-2\sqrt{3}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

(2) $y=\tan^5 x$

$y'=5\tan^4 x\cdot(\tan x)'$

$=5\tan^4 x\cdot\left(\dfrac{1}{\cos^2 x}\right)=\dfrac{5\tan^4 x}{\cos^2 x}$

(3) $y=\sin^3 2x$

$y'=3\sin^2 2x\cdot(\sin 2x)'$

$=3\sin^2 2x\cdot(2\cos 2x)=6\sin^2 2x\cos 2x$

(4) $y=\dfrac{x}{\cos x}$

$y'=\dfrac{(x)'\cos x-x(\cos x)'}{\cos^2 x}$

$=\dfrac{\cos x+x\sin x}{\cos^2 x}$

(5) $y=\tan x-x$

$y'=(\tan x)'-(x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}-1$

$=\dfrac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x}=\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}=\tan^2 x$

4 例　次の関数を微分せよ。

(1) $y=\sin^3 x\cos 3x$

$y'=(\sin^3 x)'\cos 3x+\sin^3 x(\cos 3x)'=3\sin^2 x\cos x\cos 3x+\sin^3 x(-\sin 3x)\cdot 3$

$=3\sin^2 x(\cos x\cos 3x-\sin x\sin 3x)=3\sin^2 x\cos 4x$

●次の関数を微分せよ。

(1) $y=\sin^5 x\cos 5x$

$y'=(\sin^5 x)'\cos 5x+\sin^5 x(\cos 5x)'$

$=5\sin^4 x\cos x\cos 5x$

$+\sin^5 x(-\sin 5x)\cdot 5$

$=5\sin^4 x(\cos x\cos 5x-\sin x\sin 5x)$

$=5\sin^4 x\cos 6x$

(2) $y=\dfrac{\sin x}{1-\cos x}$

$y'=\dfrac{(\sin x)'(1-\cos x)-\sin x(1-\cos x)'}{(1-\cos x)^2}$

$=\dfrac{\cos x(1-\cos x)-\sin^2 x}{(1-\cos x)^2}$

$=\dfrac{\cos x-(\cos^2 x+\sin^2 x)}{(1-\cos x)^2}$

$=\dfrac{\cos x-1}{(1-\cos x)^2}=\dfrac{1}{\cos x-1}$

(3) $y=\sqrt{1-\sin x}$

$y'=\left\{(1-\sin x)^{\frac{1}{2}}\right\}'$

$=\dfrac{1}{2}(1-\sin x)^{-\frac{1}{2}}\cdot(1-\sin x)'$

$=-\dfrac{\cos x}{2\sqrt{1-\sin x}}$