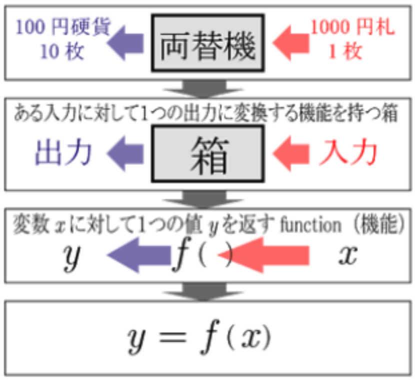
数学補習：講義プリント1回目

定義（関数） $\mathbb{R}$ を実数全体の集合（数直線）とし，D を $\mathbb{R}$ の部分集合とする。このとき，

$$\begin{array}{ccc} f : D & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ \cup & & \cup \\ x & \longmapsto & y = f(x) \end{array}$$

を **（1変数）関数**という。x を独立変数，y を従属変数, D を $y = f(x)$ の定義域, $f(D) = \{f(x) \mid x \in D\}$ を f の定義域という。

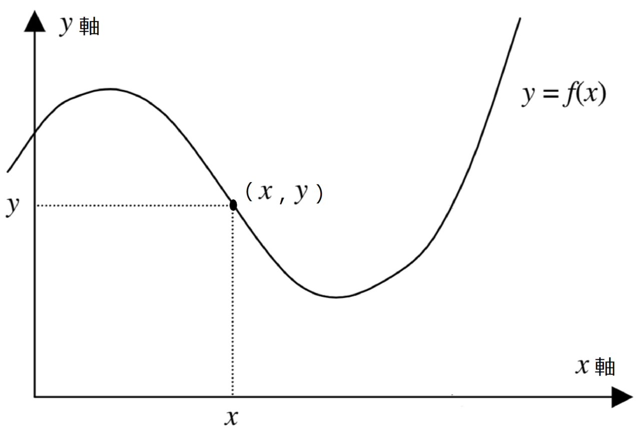
関数の概念説明



区間 $a < b$ である実数 a, b に対し, 次の形の集合を**区間**という。

(1) $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$ （$\Longleftarrow$ 開区間という）
(2) $[a, b] = \{x \mid a \leqq x \leqq b\}$ （$\Longleftarrow$ 閉区間という）
(3) $[a, b) = \{x \mid a \leqq x < b\}$ （$\Longleftarrow$ 右半開区間という）
(4) $(a, b] = \{x \mid a < x \leqq b\}$ （$\Longleftarrow$ 左半開区間という）
(5) $(a, \infty) = \{x \mid a < x\}$, $[a, \infty) = \{x \mid a \leqq x\}$
(6) $(-\infty, b) = \{x \mid x < b\}$, $(-\infty, b] = \{x \mid x \leqq b\}$
(7) $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$

関数のグラフ 関数 $y = f(x)$ について，対応している x と y の値の組 (x, y) を xy 座標平面上に点として表示したとき，それらの点全体を**関数 $y = f(x)$ のグラフ**という。

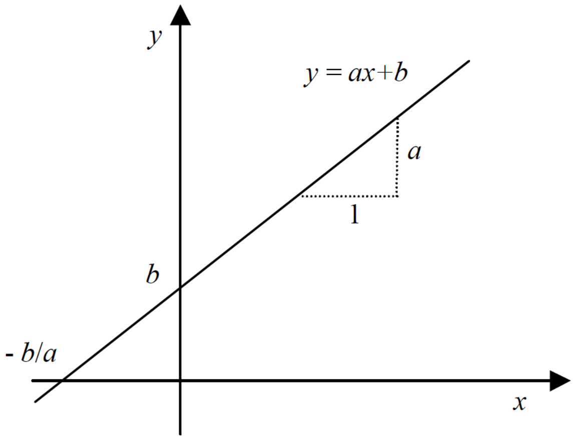


直線のグラフ　y が x の 1 次式 $y = ax + b$ で表される関数を **1 次関数**という。
1 次関数のグラフは**直線**となり，a **は傾き**，b **は切片**を表す。
　特に，

$$x \text{ 軸に平行な直線は，} y = k$$

$$y \text{ 軸に平行な直線は，} x = h$$

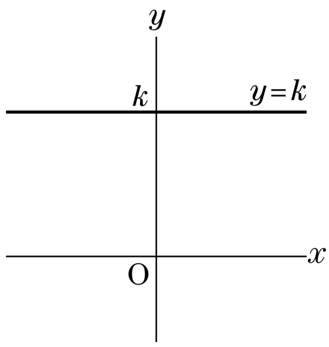
となる。

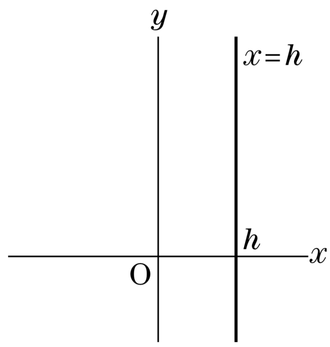


x 軸方向に（右に）1，
y 軸方向に（上に）a
進むときの傾きは

$$\frac{a}{1} = a$$

である。

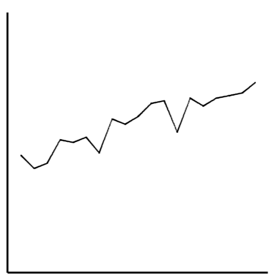


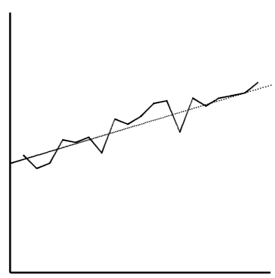


Remark　**(変化の割合（平均変化率))**
変化の割合（平均変化率）とは，x の 1 あたりの 変化に対して y がどれだけ変化したかをはかるもので

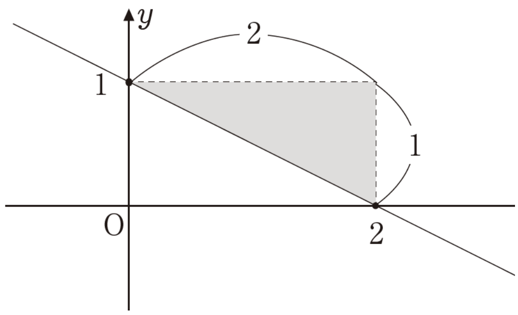
$$\textbf{変化の割合} = \frac{y \textbf{ の増加量}}{x \textbf{ の増加量}}$$

で求められる。変化自体が直線的であれば 変化の割合は常に一定である。そのため，**1 次関数における変化の割合は常に一定で，直線の傾き** a **の値と等しい。**中学数学において、「変化の割合」と呼んでいたものを，高校数学では「平均変化率」といい，関数の微分と密接に関係する。





例題 1. 次の直線のグラフの式を求めよ。



解答. x 軸方向に（右に）2，y 軸方向に（上に）-1 進むときの傾きは

$$\frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

となる。

また，直線と y 軸との交点の y 座標が 1 なので，切片は 1 である。

したがって，求めたい直線の方程式は

$$\boxed{\text{答}} \quad y = -\frac{1}{2}x + 1$$

別解. 直線のグラフにおいて，x が 0 から 2 まで変化するとき，y は 1 から 0 まで変化する。このとき

$$\begin{aligned} x\text{の増加量} &= (x\text{の最後の値}) - (x\text{の最初の値}) \\ &= 2 - 0 \\ &= 2 \end{aligned}$$

であり，

$$\begin{aligned} y\text{の増加量} &= (y\text{の最後の値}) - (y\text{の最初の値}) \\ &= 0 - 1 \\ &= -1 \end{aligned}$$

である。よって，x が 0 から 2 まで変化するときの変化の割合は

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

となる。

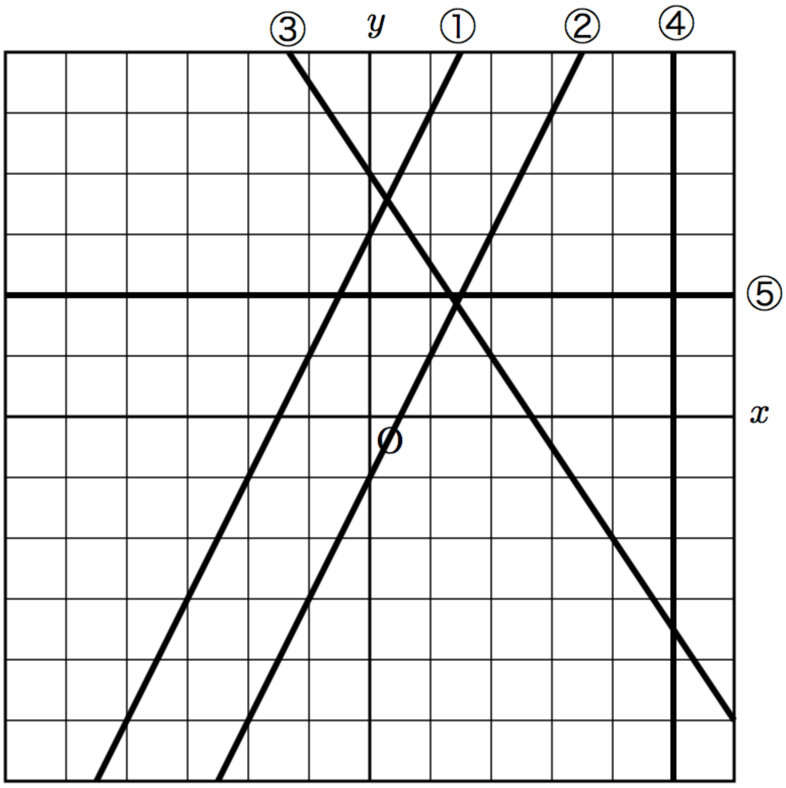
また，直線と y 軸との交点の y 座標が 1 なので，切片は 1 である。

したがって，求めたい直線の方程式は

$$\boxed{\text{答}} \quad y = -\frac{1}{2}x + 1$$

ポイント 直線の傾き a と切片 b の値がわかれば，1 次関数のグラフや式 $y = ax + b$ を求めることができる！

問 1. 次の直線のグラフの式を求めよ。



問 2. 次のグラフをかけ。

(1) $y = 3x - 2$　(2) $y = -2x + 5$　(3) $y = \dfrac{2}{3}x + 1$　(4) $y = -5$　(5) $x = -7$