

1 例 不定積分 $\int x(x+1)^4 dx$ を求めよ。

$$x+1=t \text{ とおくと } x=t-1, dx=dt$$

$$\begin{aligned} \int x(x+1)^4 dx &= \int (t-1)t^4 dt = \int (t^5 - t^4) dt = \frac{t^6}{6} - \frac{t^5}{5} + C = \frac{1}{30} t^5(5t-6) + C \\ &= \frac{1}{30} (5x-1)(x+1)^5 + C \quad (C \text{ は積分定数}) \end{aligned}$$

● 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int x(x+1)^3 dx$

(2) $\int \frac{x}{(x-3)^3} dx$

● 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int 4x(4x-5)^3 dx$

(2) $\int \frac{x+6}{(x-1)^3} dx$

2 例 不定積分 $\int x\sqrt{x+2} dx$ を求めよ。

$$\sqrt{x+2}=t \text{ とおくと } x=t^2-2, dx=2t dt$$

$$\begin{aligned} \int x\sqrt{x+2} dx &= \int (t^2-2)t \cdot 2t dt = 2 \int (t^4 - 2t^2) dt = 2 \left(\frac{t^5}{5} - \frac{2}{3} t^3 \right) + C \\ &= \frac{2}{15} t^3(3t^2-10) + C = \frac{2}{15} (3x-4)(x+2)\sqrt{x+2} + C \quad (C \text{ は積分定数}) \end{aligned}$$

● 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int x\sqrt{x+3} dx$

(2) $\int \frac{4x-1}{\sqrt{x+1}} dx$

● 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int (x+4)\sqrt{x-5} dx$

(2) $\int \frac{6x+7}{\sqrt{2x-1}} dx$

3 ● 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int 3x^2(x^3+2)^5 dx$

(2) $\int x^3 e^{-x^4} dx$

(3) $\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$

(4) $\int \cos^4 x \sin x dx$

4 ● 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int 2x(x^2-3)^4 dx$

(2) $\int x^2 e^{x^3} dx$

(3) $\int \frac{(\log x)^4}{x} dx$

(4) $\int \sin^3 x \cos x dx$

[5] ● 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int \frac{x+1}{\sqrt{1-3x}} dx$

(2) $\int \frac{x-1}{e^{x^2-2x}} dx$

(3) $\int \frac{9x-7}{(3x-2)^4} dx$

[6] ● 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int x\sqrt{x+1} dx$

(2) $\int \frac{2x+1}{\sqrt{x-1}} dx$

(3) $\int \frac{x}{\sqrt{2-x}} dx$

(4) $\int \frac{x^2+x}{\sqrt{2x+1}} dx$

(5) $\int \frac{e^x}{e^{2x}-9} dx$